

# 1. Übungsblatt

## Aufgabe 1 Vektoren und Winkel

Berechnen Sie den Betrag des Vektors sowie die Winkel zwischen Vektor und Koordinatenachsen:

- a)  $\mathbf{a} = (6, -2, -3)$ ,
- b)  $\mathbf{b} = (-2, 11, -10)$ ,
- c)  $\mathbf{c} = \overline{AB}$  mit  $A(1, -2, -3)$  und  $B(4, 2, 9)$ .

## Aufgabe 2 Punkte auf einer Ebene

Eine Ebene durch den Punkt  $P$  mit dem Ortsvektor  $\mathbf{c}$ , die senkrecht zum Vektor  $\mathbf{n}$  verläuft, hat die Gleichung  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^T \mathbf{n} = 0$ . Gegeben sind  $\mathbf{r}_0 = (1, -1, 2)$  und  $\mathbf{n} = (1, 2, -3)$ . Welche der folgenden Punkte liegen in der Ebene?  $P_1(-2, -1, 1)$ ,  $P_2(1, -1, 2)$ ,  $P_3(2, -2, 1)$

## Aufgabe 3 Abstand eines Punktes von einer Ebene

Ermitteln Sie eine Formel zur Berechnung des Abstandes eines Punktes  $P$  mit dem Ortsvektor  $\mathbf{c}$  von einer Ebene  $(\mathbf{r} - \mathbf{a})^T \mathbf{b} = 0$ . Berechnen Sie mit dieser Formel den Abstand für folgendes Zahlenbeispiel:  $\mathbf{a} = (-1, -1, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (4, -2, 3)$ ,  $\mathbf{c} = (3, 14, -6)$ .

## Aufgabe 4 Hesse'sche Normalform

Bringen Sie folgende Lineargleichungen auf die Hesse'sche Normalform  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_0 - d = 0$ :

- a)  $3x - 4y - 20 = 0$ ,
- b)  $x + y + 3 = 0$ ,
- c)  $y = mx + n$  mit  $n < 0$ .

## Aufgabe 5 Abstände zu Geraden

- a) Welchen Abstand hat der Ursprung von der Geraden  $12x - 5y + 39 = 0$ ?
- b) Welchen Abstand hat  $P_1(4, 3)$  von der Geraden, welche die Koordinatenachsen bei  $x = \frac{10}{3}$  und  $y = 2.5$  schneidet?
- c) Welchen Abstand haben die Parallelen  $2x - 3y = 6$  und  $4x - 6y = 25$  voneinander?

**Aufgabe 6 Ebenengleichung**

Welche Ebene durch  $\mathbf{r}_0 = (-3, 0, 2)$  ist senkrecht zur Geraden  $\mathbf{r} = (-1, -2, 0) + t(1, 1, -1)$  für  $t \in \mathbb{R}$ ?

**Aufgabe 7 Gradientenverfahren**

Suchen Sie das Minimum der Funktion  $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - x_2$  mithilfe des Gradientenverfahrens. Nutzen Sie die Anfangsnäherung  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  und die Schrittweite  $\gamma = 0.2$ .