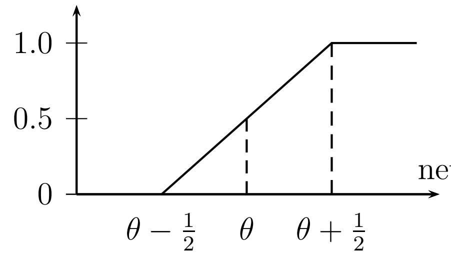
6. Übungsblatt

Aufgabe 23 Gradientenabstieg

Gegeben sei ein zweischichtiges Perzeptron mit n Eingängen und einem Ausgang, in dem das Ausgabeneuron die gewichtete Summe der Eingänge als Netzeingabefunktion, eine semilineare Funktion



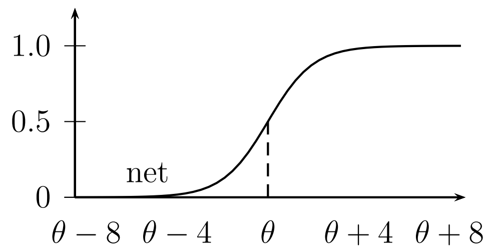
$$f_{\text{act}}(\text{net}, \theta) = \begin{cases} 1, & \text{wenn net} > \theta + \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{wenn net} < \theta - \frac{1}{2}, \\ (\text{net} - \theta) + \frac{1}{2}, & \text{sonst,} \end{cases}$$

(siehe Zeichnung) als Aktivierungsfunktion und die Identität als Ausgabefunktion besitzt.

Leiten Sie die Änderungsregel für die Gewichte ab, die sich aus einem Ansatz mit Gradientenabstieg ergibt, wenn der Netzfehler als Summe (über alle Muster) der quadrierten Differenzen von gewünschter und tatsächlicher Ausgabe berechnet wird!

Aufgabe 24 Gradientenabstieg

Gegeben sei ein zweischichtiges Perzeptron mit n Eingängen und einem Ausgang, in dem das Ausgabeneuron die gewichtete Summe der Eingänge als Netzeingabefunktion, eine logistische Funktion



$$f_{\text{act}}(\text{net}, \theta) = \frac{1}{1 + e^{-(\text{net} - \theta)}}$$

(siehe Diagramm) als Aktivierungsfunktion und die Identität als Ausgabefunktion besitzt.

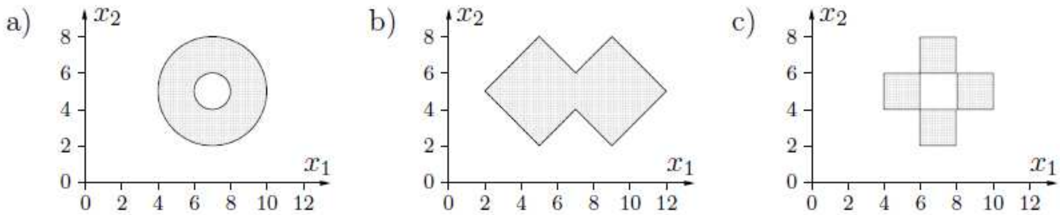
Leiten Sie die Änderungsregel für die Gewichte für ein einzelnes Trainingsmuster ab, die sich aus einem Ansatz mit Gradientenabstieg ergibt, wenn der Netzfehler als absoluter Betrag der Differenz von gewünschter und tatsächlicher Ausgabe berechnet wird! Welche Änderungen müsste man (bei mehrschichtigen Perzeptren) an dem Rückpropagationsverfahren vornehmen?

Aufgabe 25 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Bestimmen Sie die Parameter (Gewichte $\mathbf{w}_u$ und Radien σ_u) von Radiale-Basisfunktionen-Netzen mit der Aktivierungsfunktion

$$f_{\text{act}}^{(u)}(\text{net}_u, \sigma_u) = \begin{cases} 1, & \text{wenn net}_u \leq \sigma_u, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

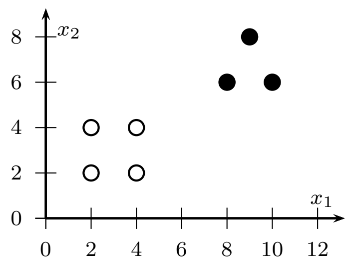
für die Neuronen der versteckten Schicht, die für Punkte innerhalb der grauen Flächen, die in den unten gezeigten Diagrammen dargestellt sind, den Wert 1 und für Punkte außerhalb den Wert 0 liefern! Ob die Netze für Punkte auf den Rändern der Flächen den Wert 0 oder den Wert 1 liefern, ist gleichgültig. Sie sollten jedoch sicherstellen, dass für jeden Punkt der x_1-x_2-Ebene *entweder* der Wert 0 *oder* der Wert 1 berechnet wird.



Aufgabe 26 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Die Bestimmung der Gewichte der Verbindungen von den Eingabeneuronen zu den Neuronen der versteckten Schicht — also die Bestimmung der Zentren der radialen Basisfunktionen — und die Bestimmung der Radien gehören zu den Hauptproblemen des Lernens von Radiale-Basisfunktionen-Netzen. Bei Klassifikationsaufgaben verwendet man manchmal statistische Schätzfunktionen, um geeignete (Startwerte für die) Zentren und Radien zu berechnen, jedenfalls dann, wenn zu erwarten ist, dass eine radiale Basisfunktion je Klasse ausreicht. Man fasst dazu die radiale Basisfunktion als skalierte Wahrscheinlichkeitsdichte auf und bestimmt den Erwartungswert und die Standardabweichung der Verteilung z.B. mit einer Maximum-Likelihood-Schätzung. **Hinweis:** die Ã¼blichen Funktionen zur Berechnung des Mittelwerts und der Varianz sind Maximum-Likelihood SchÃ¤tzer

Als Beispiel betrachten wir ein Radiale-Basisfunktionen-Netz mit zwei Eingängen, zwei versteckten Neuronen und zwei Ausgabeneuronen, das den rechts gezeigten Datensatz klassifizieren soll. Die versteckten Neuronen mögen den Euklidischen Abstand als Netzeingabefunktion und die Gaußfunktion $f_{\text{act}}(\text{net}, \sigma) = e^{-\frac{\text{net}^2}{2\sigma^2}}$ als Aktivierungsfunktion verwenden.



Bestimmen Sie geeignete Zentren $\mathbf{w}$ und Radien σ für die beiden Klassen mit Hilfe einer Maximum-Likelihood-Schätzung! Was müssen Sie bei der Bestimmung der Radien beachten?

Aufgabe 27 Funktionsapproximation

a) Geben Sie ein Radiale-Basisfunktionen-Netz mit ca. 10 Neuronen an, das die Funktion $y = x^2$ im Intervall $[0.5, 4.5]$ durch eine Treppenfunktion annähert.
b) Wie kann man diese Näherung verbessern? (Geben Sie zwei Möglichkeiten an.)