7. Übungsblatt

Aufgabe 28 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Bestimmen Sie die Parameter (Gewichte $\mathbf{w}_u$ und Biaswert θ_u) eines einfachen Radiale-Basisfunktionen-Netzes, das die Implikation $x_1 \to x_2$ berechnet! Alle Basisfunktionen sollen den Radius $\frac{3}{2}$ haben. Die versteckten Neuronen sollen den Maximumabstand als Netzeingabefunktion und eine Dreiecksfunktion

$$f_{\text{act}}(\text{net}_u, \sigma_u) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } \text{net}_u > \sigma_u, \\ 1 - \frac{\text{net}_u}{\sigma_u}, & \text{sonst.} \end{cases}$$

als Aktivierungsfunktion besitzen.

Aufgabe 29 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Pseudoinversen die Parameter (Gewichte $\mathbf{w}_u$ und Biaswert θ_u) von Radiale-Basisfunktionen-Netzen, die die Konjunktion $x_1 \wedge x_2$ berechnen! Verwenden Sie

a) zwei radiale Basisfunktionen mit Zentren $(0, 0)$ und $(1, 1)$,
b) eine radiale Basisfunktion mit Zentrum $(1, 1)$.

Alle Basisfunktionen sollen den Radius $\frac{1}{2}$ haben. Die versteckten Neuronen sollen den euklidischen Abstand als Netzeingabefunktion und eine Gauß'sche Aktivierungsfunktion

$$f_{\text{act}}(\text{net}_u, \sigma_u) = e^{-\frac{\text{net}_u^2}{2\sigma_u^2}}$$

besitzen. Berechnen Sie die tatsächlichen Ausgaben der beiden Netze und vergleichen Sie sie mit den gewünschten Ausgaben! Warum erhält man in Teilaufgabe a) eine perfekte Lösung des Lernproblems?

Aufgabe 30 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Pseudoinversen die Parameter (Gewichte $\mathbf{w}_u$ und Biaswert θ_u) eines Radiale-Basisfunktionen-Netzes, das das Exklusive Oder $x_1 \dot{\vee} x_2$ (bzw. $x_1 \oplus x_2$) berechnet. Verwenden Sie

a) zwei radiale Basisfunktionen mit Zentren $(0, 0)$ und $(1, 1)$,
b) eine radiale Basisfunktion mit Zentrum $(1, 1)$.

Alle Basisfunktionen sollen den Radius $\frac{5}{4}$ haben. Die versteckten Neuronen sollen den City-Block-Abstand (auch Manhattanabstand genannt) als Netzeingabefunktion und eine Dreiecksfunktion (siehe Aufgabe 28) als Aktivierungsfunktion besitzen. Berechnen Sie die tatsächlichen Ausgaben der beiden Netze und vergleichen Sie sie mit den gewünschten Ausgaben!

Aufgabe 31 Zusatz: Convolution

In der Bildverarbeitung werden Graustufenbilder oft als zweiparametrige Funktion $f(x, y)$ dargestellt und als Matrix beschrieben. Dabei sind x und y die Koordinaten eines Bildpunktes und der Funktionswert / Zellwert gibt die Helligkeit an.

Das folgende Bild ist in Graustufen gegeben:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 10 & 10 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 10 & 10 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Convolutional Neural Networks sind in der Lage effizient Bilddaten unabhängig von Rotation und Position enthaltener Objekte zu verarbeiten. Hierfür werden Kernel verwendet, welche jeweils mit Ausschnitten der Matrix verrechnet werden. Die auf diese Weise berechnetet Convolved Features können zur Erkennung von Objekten verwendet werden.

Der Sobel-Operator dient der Kantenerkennung in Bilddaten. Nimmt man an, dass bei einer Kante die Helligkeit stark wechselt, so kann man Kanten an den Extremwerten der ersten Ableitung der Funktion f erkennen. Gegeben seien die Operatoren S_x und S_y.

$$S_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad S_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

a) Berechnen Sie die Features G_x und G_y durch ausschnittweise Multiplikation der Operatoren S_x und S_y mit der Matrix A.

$$G_x = S_x * A$$
$$G_y = S_y * A$$

b) Aus den richtungsabhängigen Matrizen soll jetzt eine richtungsunabhängige Matrix G erstellt werden. Dafür werden **die Einträge** von G_x und G_y **jeweils** quadriert, dann aufsummiert und aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen.

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

Berechnen sie die Matrix G mit Hilfe der Teilergebnisse aus Aufgabenteil a) und beschreiben sie das Endergebnis!