

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Institut für Automatisierungstechnik

Fakultät für Informatik
Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung



Bachelorarbeit

Entwurf und Stabilitätsanalyse der Höhenregelung und Wandvermeidung des FINken II Quadropters

Erstprüfer: Prof. Dr. Sanaz Mostaghim
Zweitprüfer: Prof. Dr. Achim Kienle
Betreuer: Dipl.-Inform. Christoph Steup
M. Sc. Carsten Seidel

eingereicht: 29. Oktober 2015

von: Christoph Dietrich Pahlke
Mat.-Nr. 195153
geboren am 18. Dezember 1990
in Braunschweig



Bachelorarbeit

Für Herrn Christoph Pahlke

Thema: Entwurf und Stabilitätsanalyse der Höhenregelung und Wandvermeidung des Finken II Quadropters

Aufgabenstellung:

An der Fakultät für Informatik werden derzeit Quadropters für das Swarm Robotics Lab entwickelt. Diese Roboter sollen in Form autonomer Agenten einen Schwarm bilden. Die Entwicklung von Schwarmrobotikgorithmen ist jedoch sehr komplex und kann zu unvorhersehbarem Verhalten führen. Insbesondere ist die Regelung der Quadropters auf den verschiedenen Abstraktionsebenen sehr wichtig um die Stabilität und Performance der Schwarmrobotikgorithmen bewerten zu können. Die verwendete Flugregelung aus dem Paparazzi Projekt garantiert bereits eine stabile Lageregelung des Kopters, sie regelt aber keine weiteren Verhaltensparameter wie Geschwindigkeit über Grund oder Höhe des Kopters. Daher sind zwei Regelungen aktuell relevant für das stabile Verhalten des Kopters. Einerseits muss die Höhe des Kopters geregelt werden um plane Schwarmalgorithmen evaluieren zu können. Die zweite Regelung soll vermeiden, dass der Kopter die Begrenzungen der verwendeten Arena berührt um eine längere Evaluationszeit zu garantieren. Zusätzlich schützt diese Basisfunktionalität den Kopter und die Arena vor Beschädigungen.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Erweiterung der existierenden Lageregelung um eine Höhenregelung und ein Wandvermeiden um ein stabiles Basisverhalten des Kopters zu schaffen. Hierzu müssen die existierenden Regelstrategien des Kopters analysiert werden. Anschließend sollen modellbasierte oder modellfreie Regler auf Anwendbarkeit für diese zwei Regelpfade untersucht werden. Je nach Ergebnis der Analyse wird je ein Regler für jede Regelstrecke oder ein Mehrgrößenregler für beide zusammen implementiert. Abschließend soll das Verhalten, insbesondere die Stabilität der Regler experimentell evaluiert werden.

Magdeburg, den

Tag der Ausgabe: 30.07.15
Tag der Abgabe: 30.10.15
(Bearbeitungszeit: 3 Monate)

Erstprüfer: Prof. Dr. Sanaz Mostaghim
Zweitprüfer: Prof. Dr. Achim Kienle
Betreuer: Dipl.-Inform. Christoph Steup
M. Sc. Carsten Seidel


Prof. Dr. Sanaz Mostaghim
Aufgabensteller (Erstprüfer)


Prof. Dr. Rolf Findeisen
Vorsitzender des Prüfungsausschusses

Erklärung

Hiermit erkläre ich, Christoph Dietrich Pahlke, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbstständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Magdeburg, den 29. Okt 2015,

(Unterschrift)

Kurzreferat

Diese Arbeit behandelt den Entwurf einer Höhen-, sowie einer x-,y-Positionsregelung für einen Quadrocopter auf Basis von PID-Reglern. Der Quadrocopter und damit die Regler sind für den Inneneinsatz konzipiert und nutzen lediglich die Bordsensorik. Die translatorischen Bewegungen des Quadrocopters werden unter der Annahme, er sei ein freier Schubvektor, modelliert, um einen modellbasierten Reglerentwurf zu ermöglichen. Außerdem wird ein einfach zu implementierender Algorithmus für eine die Fernsteuerung überlagernde Wandvermeidung vorgestellt. Die Regler werden simulativ und im Flugversuch evaluiert.

Abstract

This thesis deals with the design of a height and an x-,y-position control for a quadrotor based on PID controllers. The quadrotor and therefore its controllers are designed for indoor flight and use only the quadrotor's own on-board sensors. The translational motions are modelled for the quadrotor assumed to be a free thrust vector in order to enable a model based controller design approach. Additionally, an easy-to-implement mixed manual wall avoidance algorithm is presented. The controllers are evaluated by simulation and flight tests.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung.....	6
1.1 Kurzeinführung Quadrokopter und FINken.....	6
1.2 Stand zu Beginn der Arbeit.....	7
1.3 Ziel der Arbeit.....	7
2 Hauptteil.....	9
2.1 Grundlagen.....	9
2.1.1 Laplace-Transformation.....	9
2.1.2 Übertragungsglieder im Regelkreis: Das PT_1 -Glied.....	10
2.1.3 Loopshaping und Bodediagramm.....	11
2.1.4 Analyse der bestehenden Regelstrategien: Kaskadenregelung.....	13
2.1.5 FINken: Sensoren.....	13
2.2 Modellierung.....	15
2.2.1 Koordinatensystem und Schubvektor.....	16
2.2.2 Modellierung der Bewegung in z-Richtung.....	19
2.2.2.1 Vollständiges Modell der Bewegung des Chassis in z-Richtung.....	19
2.2.2.2 Linearisiertes Modell der Bewegung des Chassis in z-Richtung.....	20
2.2.2.3 Vollständiges Modell des Antriebs.....	21
2.2.2.4 Lineares Modell des Antriebs: PT_1 -Glied.....	22
2.2.2.5 Lineares Gesamtmodell der Bewegung in z-Richtung.....	23
2.2.3 Modellierung der Bewegung in x-,y-Richtung.....	23
2.2.3.1 Vollständiges Modell der Bewegung des Chassis in x-Richtung.....	23
2.2.3.2 Linearisiertes Modell der Bewegung des Chassis in x-Richtung.....	24
2.2.3.3 Lineares Modell der Neigebewegung: PT_2 -Glied.....	25
2.2.3.4 Lineare Gesamtmodelle der Bewegungen in x-,y-Richtung.....	26
2.3 Höhenregelung.....	27
2.3.1 Wahl des Reglers und Stabilitätsanalyse.....	27
2.3.2 Auslegung des Höhenreglers 1 per Loopshaping ($\varphi_{Res}=50^\circ$).....	31
2.3.3 Exkurs: Einfluss der Motorzeitkonstante auf die Stabilität.....	36
2.3.4 Höhenregler 2 mit Auslegung auf besseres Störverhalten ($\varphi_{Res}=30^\circ$).....	37
2.3.5 Sprungantworten des linearen Regelkreises mit Höhenregler 1 und 2.....	38
2.3.6 Simulative Evaluation der Höhenregler anhand des vollständigen Systems.....	40
2.3.7 Vorbereitung der Implementierung des Höhenreglers: Diskretisierung.....	42
2.3.8 Praktische Evaluation des Höhenreglers.....	44
2.4 Wandvermeidung.....	47
2.4.1 Wahl der Reglerstruktur.....	47
2.4.2 Auslegung des xy-Reglers per Loopshaping.....	47
2.4.3 Sprungantworten des linearen Regelkreises mit xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$).....	48
2.4.4 Vorschlag eines Algorithmus zur Wandvermeidung.....	49
2.4.5 Simulative Evaluation des xy-Reglers anhand des vollständigen Systems.....	50
2.4.6 Vorbereitung der Implementierung des xy-Reglers: Diskretisierung.....	51
2.4.7 Praktische Evaluation der Wandvermeidung.....	52
3 Zusammenfassung.....	56
3.1 Ausblick.....	57
Literaturverzeichnis.....	58
A Spezifikation FINken II.....	59
B Statisches Übertragungsverhalten des Antriebs.....	61
C Zusatz Diskretisierung des Höhenreglers.....	63
D Zusatz Diskretisierung des xy-Reglers.....	66

Formelzeichen- und Abkürzungsliste

A_z, A_{xy}	Für den Luftwiderstand relevante Fläche	$[\text{m}^2]$
$A(\omega)$	Amplitude	$[\text{dB}]$
c_w	Luftwiderstandsbeiwert	$[1]$
e	Regelfehler	variabel
f	Abtastfrequenz	$[\text{Hz}]$
F_G	Gewichtskraft	$[\text{N}]$
F_L	Aus Luftwiderstand resultierende Kraft	$[\text{N}]$
F_M	Schubkraft Gesamtantrieb	$[\text{N}]$
$F_{M,z}$	z-Komponente der Schubkraft (Auftriebskraft)	$[\text{N}]$
$F_{M,x}, F_{M,y}$	x- bzw. y-Komponente der Schubkraft	$[\text{N}]$
$F_{S,i}$	Schubkraft eines Einzelantriebes	$[\text{N}]$
F_T	Trägheitskraft	$[\text{N}]$
G_C, G_M	Übertragungsfunktion Chassis, Antrieb	$[\sim]$
j	imaginäre Einheit	$[\sim]$
k	Laufvariable Differenzgleichung	$[\sim]$
K_M	Verstärkung Antrieb	$[\frac{\text{N}}{\%}]$
K_P	Reglerverstärkung	$[\sim]$
m	Masse	$[\text{kg}]$
M_N, M_R	Transformationsmatrix Nicken bzw. Rollen	$[\sim]$
s	Laplace-Variable	$[\sim]$
Th	Gasstellung (Throttle), Wertebereich $[0;100]\%$	$[\%]$
T	Abtastzeit	$[\text{s}]$
T_1	Verzögerungszeitkonstante	$[\sim]$
T_N	Nachstellzeitkonstante	$[\sim]$
T_M	Antriebszeitkonstante	$[\text{s}]$
T_V	Vorhaltzeitkonstante	$[\sim]$
u	Systemeingang	variabel
w	Führungsgröße	variabel
x, \dot{x}, \ddot{x}	1. Raumkoordinate und Ableitungen nach der Zeit	$[\text{m}, \frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}]$

y, \dot{y}, \ddot{y}	2. Raumkoordinate und Ableitungen nach der Zeit	$[m, \frac{m}{s}, \frac{m}{s^2}]$
y	Systemausgang	variabel
z, \dot{z}, \ddot{z}	3. Raumkoordinate und Ableitungen nach der Zeit	$[m, \frac{m}{s}, \frac{m}{s^2}]$
z	Variable der z-Transformation	$[\sim]$
Θ	Nickwinkel	$[^\circ]$
ρ_L	Dichte der Luft	$[\frac{kg}{m^3}]$
φ	Phasenverschiebung/ Phasengang	$[^\circ]$
Φ	Rollwinkel	$[^\circ]$
ω	Kreisfrequenz	$[\frac{rad}{s}]$
ω_D, ω_{Gr}	Durchtrittskreisfrequenz, Grenzfrequenz	$[\frac{rad}{s}]$

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: x-Konfiguration.....	6
Abbildung 2: +-Konfiguration.....	6
Abbildung 3: FINken II Quadropter.....	7
Abbildung 4: Blockdiagramm eines Regelkreises.....	9
Abbildung 5: Sprungantwort eines PT_1 -Glied mit $K_p=2$ und $T_1=1$	10
Abbildung 6: Hervorhebung der offenen Kette im Regelkreis.....	12
Abbildung 7: Bodediagramm eines PT_1 -Glied (siehe Formel (7)).....	13
Abbildung 8: Erdfestes Koordinatensystem.....	16
Abbildung 9: Drehung um y-Achse.....	17
Abbildung 10: Drehung um x-Achse.....	17
Abbildung 11: Übertragungsfunktion der Regelstrecke in z-Richtung.....	23
Abbildung 12: Bodediagramm der Regelstrecke (z-Richtung).....	28
Abbildung 13: Blockschaltbild des Regelkreises mit Störung.....	29
Abbildung 14: Bodediagramm der Regelstrecke Ausschnitt Solldurchtrittskreisfrequenz.....	32
Abbildung 15: Bodediagramm eines DT_1 -Gliedes.....	33
Abbildung 16: Bodediagramm der offenen Kette mit PDT_1 -Regler.....	34
Abbildung 17: Bodediagramm eines I-Gliedes für $T_N=6$	35
Abbildung 18: Bodediagramm der offenen Kette mit $PIDT_{1,H1}$ -Regler ($\varphi_{Res}=50^\circ$).....	36
Abbildung 19: Bodediagramm der offenen Kette mit $PIDT_{1,H2}$ -Regler ($\varphi_{Res}=30^\circ$).....	37
Abbildung 20: Führungssprungantwort des linearen Regelkreises (z-Richtung).....	38
Abbildung 21: Störungssprungantwort des linearen Regelkreises (z-Richtung).....	39
Abbildung 22: Evaluation am nichtlinearen System (z-Richtung).....	40
Abbildung 23: Evaluation am nichtlinearen System: Ausschnitte der relevanten Stellgrößen.....	41
Abbildung 24: Testflug: Mess- und Stellgrößen (z-Richtung).....	45
Abbildung 25: Bodediagramm der offenen Kette mit $PDT_{1,xy}$ -Regler ($\varphi_{Res}=70^\circ$).....	48
Abbildung 26: Sprungantworten des linearen xy-Regelkreises ($\varphi_{Res}=70^\circ$).....	49
Abbildung 27: Evaluation der xy-Regler am nichtlinearen System ($\varphi_{Res}=70^\circ$).....	51
Abbildung 28: Testflug: Mess- und Stellgrößen x-Achse mit xy-Regler 2 ($\varphi_{Res}=50^\circ$).....	54
Abbildung 29: Testflug: Mess- und Stellgrößen y-Achse mit xy-Regler 2 ($\varphi_{Res}=50^\circ$).....	54
Abbildung 30: FINken II Baugruppenzuordnung [Ha15].....	59
Abbildung 31: Schubwaage.....	61
Abbildung 32: Statisches Übertragungsverhalten des Antriebs.....	62
Abbildung 33: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PIDT_{1,H1}$ -Regler.....	63
Abbildung 34: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PIDT_{1,H2}$ -Regler.....	63
Abbildung 35: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PDT_{1,XY1}$ -Regler... ..	66
Abbildung 36: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PDT_{1,XY2}$ -Regler... ..	66

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Rechenregeln Laplace-Transformation aus Lutz und Wendt [LW12, S. 82f.].....	10
Tabelle 2: Anforderungen Höhengsensor für Höhenregler 1.....	14
Tabelle 3: Anforderungen Wandvermeidungssensoren.....	14
Tabelle 4: Eingeführte Größen und Gültigkeitsbereiche.....	16
Tabelle 5: In z-Richtung wirkende Kräfte.....	19
Tabelle 6: In x-Richtung wirkende Kräfte.....	24
Tabelle 7: Parameter der beiden PIDT ₁ -Höhenregler 2.....	38
Tabelle 8: Koeffizienten der Differenzgleichungen der Höhenregler.....	44
Tabelle 9: Parameter xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$).....	48
Tabelle 10: Koeffizienten Differenzgleichung xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$).....	52
Tabelle 11: Parameter der xy-Regler 1 und 2.....	53
Tabelle 12: Koeffizienten der Differenzgleichung der xy-Regler 1 und 2.....	53
Tabelle 13: Spezifikation FINken II: Hardware und Software.....	60
Tabelle 14: Spezifikation FINken II: Abmessungen.....	60
Tabelle 15: Messung FINken_SuD_01_1.....	61

1 Einleitung

Diese Bachelorarbeit wurde im Rahmen des Swarm Labs der Fakultät für Informatik an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg erarbeitet. Ziel des Swarm Labs unter Leitung von Professor Mostaghim ist die praktische Erprobung von Theorien der Schwarmintelligenz im dreidimensionalen Raum. Für diesen Zweck werden kleine Quadrokopter entwickelt, FINken genannt, die nur in ihrer näheren Umgebung kommunizieren können. Nähere Informationen finden sich auf der Website des Lehrstuhls für intelligente Systeme [Ch15].

Diese Arbeit umfasst die Auslegung eines Höhenreglers und eines Reglerkonzeptes zur Wandervermeidung für den FINken II Quadrokopter, wobei der Schwerpunkt auf der Auslegung der Regler und der Betrachtung des Problems aus regelungstechnischer und systemtheoretischer Perspektive liegt.

1.1 Kurzeinführung Quadrokopter und FINken

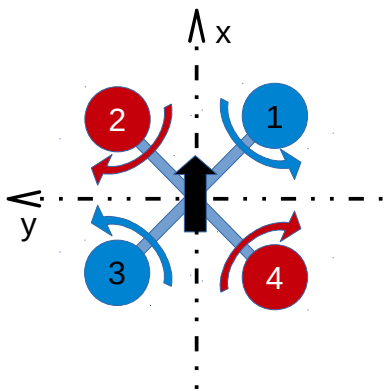


Abbildung 1: x-Konfiguration

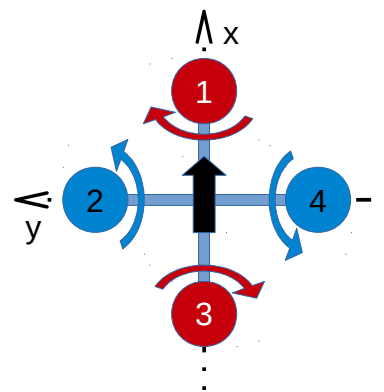


Abbildung 2: +-Konfiguration

Quadrokopter haben, wie der Name erahnen lässt, vier Rotoren. Sie gehören zu den Drehflüglern und können senkrecht starten und landen. Im Gegensatz zu klassischen Helikoptern sind die Rotoren starre Propeller und die gesamte Steuerung erfolgt lediglich über die Anpassung der vier Rotordrehzahlen. Zwei der Rotoren drehen rechts und zwei links herum, wobei benachbarte Rotoren gegensätzlich rotieren. Diese Bauweise hat einige Vorteile: Durch die gerade Anzahl an Rotoren heben sich die Drehmomente gegenseitig auf. Die Mechanik ist sehr einfach, es ist keine komplizierte Taumelscheibe wie bei Helikoptern notwendig. Außerdem ist eine vereinfachte Betrachtung des Quadrokopters als freier Schubvektor im Raum möglich. Nachteile sind z.B. ein hoher Energieaufwand und die Instabilität des Systems, wie Bouabdallah schreibt [Bo07, S. 12ff.]. Ein Helikopter hängt vereinfacht ausgedrückt an seinem Hauptrotor. Selbst bei Ausfall des Motors kann durch Autorotation noch gelandet werden. Wenn bei einem üblichen Quadrokopter die Lageregelung oder ein Motor ausfällt oder ein Rotor dauerhaft etwas mehr Schub erzeugt als die anderen, wird er sich überschlagen und abstürzen. Quadrokopter werden üblicherweise, wie in Abbildung 1 und 2 zu sehen, in x- oder +-Konfiguration gebaut.

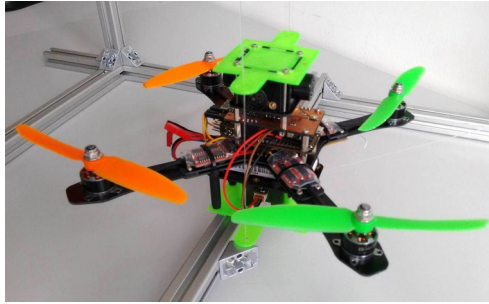


Abbildung 3: FINken II Quadrokooper

Der FINken II (siehe Abbildung 3) ist ein kleiner Quadrokooper für den Inneneinsatz, der ca. 290 g wiegt, in Länge und Breite etwa 24 cm und in der Höhe etwa 12 cm misst. Er basiert auf einer Paparazzi UAV Plattform. Seine Flughöhe wird mit einem nach unten gerichteten Ultraschallsensor gemessen, wobei auch eine Variante mit einem Infrarotsensor existiert. Die Entfernung zu Wänden oder anderen Objekten wird mit vier weiteren Ultraschallsensoren bestimmt. Er ist in x-Konfiguration gebaut (Weitere Spezifikationen siehe Anhang A). Da der FINken II für Schwarmintelligenzforschung verwendet werden soll, muss er frei programmierbar und erweiterbar sein. Außerdem muss er mit Hilfe der an Bord mitgeführten Sensorik und Rechentechnik vollständig flugfähig sein. Dies unterscheidet ihn von vielen anderen Quadrokooperen, die Bodenstationen oder GPS zur Ortung benötigen, wie Puls sie beschreibt [Pu11, S. 17ff.].

1.2 Stand zu Beginn der Arbeit

Es existieren FINken II Quadrokooper, die manuell geflogen werden können. Die Lageregelung entstammt dem Paparazzi-Projekt und funktioniert. Die ebenfalls vorhandene Höhenregelung ist für den Flug im Freien und die Verwendung eines barometrischen Höhensensors ausgelegt. Sie wurde für den Flug in geschlossenen Räumen als nicht geeignet befunden und deshalb durch eine eigene Implementierung eines Höhenreglers als diskreter PID-Regler ersetzt, der allerdings bei Flugversuchen leicht ins Schwingen gerät. Dieser Regler ist heuristisch ausgelegt. Bezüglich der Wandvermeidung wurde von einer studentischen Projektgruppe ein Algorithmus implementiert, der in Grundzügen funktioniert. Die nötigen Regler sind allerdings ebenfalls experimentell parametrisiert und geraten ins Schwingen. Dadurch ist ein zuverlässiger autonomer Flug nicht möglich.

1.3 Ziel der Arbeit

Das Ziel der Arbeit ist es, einen Höhenregler und einen x-,y-Positionsregler zu entwickeln, mithilfe derer die autonome Flugfähigkeit des FINken II Quadrokoopers erreicht wird. Dabei soll der Höhenregler den Quadrokooper an erster Stelle stabil auf einer festen Höhe über dem Boden halten. Die Wandvermeidung soll eine Kollision des Quadrokoopers mit Wänden oder anderen Gegenständen verhindern, sodass der Quadrokooper autonom fliegen kann, ohne Schaden zu nehmen. Zusätzlich soll die Möglichkeit bestehen, den Quadrokooper mit der

Ziel der Arbeit

Fernsteuerung zu lenken, während die Wandvermeidung Kollisionen verhindert. Außerdem sollen kleinere technische Änderungen am Quadrocopter die Stabilität der Regelkreise nicht beeinträchtigen.

2 Hauptteil

2.1 Grundlagen

Ein klassischer Regelkreis ist nach dem Schema aus Abbildung 4 aufgebaut. Vorgegeben ist die Führungsgröße w , auch Sollgröße genannt. Aus der Führungsgröße w und der Ausgangsgröße y wird der Regelfehler e berechnet. Der Regler berechnet aus dem Verlauf des Regelfehlers die Stellgröße u , die das zu regelnde System, auch Regelstrecke genannt, beeinflusst. Die Strecke reagiert darauf wiederum mit einer Änderung des Ausgangs y , der zurückgeführt wird.

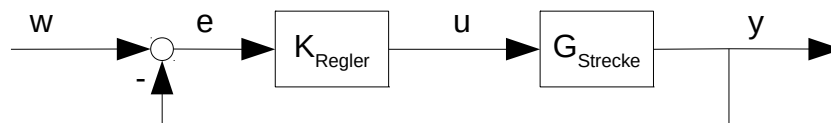


Abbildung 4: Blockdiagramm eines Regelkreises

Die einzelnen Elemente des Regelkreises wie Strecke und Regler werden als Differentialgleichungen bzw. Differentialgleichungssysteme dargestellt. Da Regler oft die Aufgabe haben, ein System in einer bestimmten Ruhelage, z.B. einen Quadropter auf einer bestimmten Sollhöhe, zu stabilisieren, ist in der Regel die Betrachtung von um diese Ruhelage linearisierten Differentialgleichungen sinnvoll. Diese können mithilfe der Laplace-Transformation besonders zweckmäßig dargestellt werden.

2.1.1 Laplace-Transformation

Die Laplace-Transformation ist ein linearer Operator, mit dessen Hilfe lineare Differentialgleichungen (DGL) in algebraische Gleichungen umgewandelt werden können. Dabei wird eine Gleichung aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich (auch Bildbereich oder Laplace-Bereich) abgebildet, schreiben Lutz und Wendt [LW12, S. 61f.].

Die Definition lautet nach Unbehauen [Un07, S. 51]:

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1)$$

Voraussetzungen: 1. $f(t)=0$ für $t<0$ und 2. Das Integral muss konvergieren.

In der Praxis wird die Laplace-Transformation meist mithilfe von Tabellen durchgeführt. (Eine umfangreiche Tabellensammlung befindet sich im Buch von Lutz und Wendt [LW12, S. 81ff.].) Mit Hilfe der Laplace-Transformation lassen sich lineare Differentialgleichungen bzw. Anfangswertprobleme häufig elegant lösen. In der Regelungstechnik wird diese Transformation auch benutzt, um Übertragungsfunktionen von Regelkreisgliedern im Frequenzbereich zu erstellen. Diese lassen sich dann durch Multiplikation und Addition zu Gesamtübertragungsfunktionen verknüpfen. Regelkreise werden oft mit Hilfe des in Kapitel 2.1.3 beschriebenen Bodediagramms im Frequenzbereich untersucht. Beim später genutzten

Open-Loop-Shaping Reglerentwurf wird das Bodediagramm des offenen Regelkreises nach bestimmten Vorgaben geformt, um die gewünschten Eigenschaften des geschlossenen Regelkreises zu erzielen, siehe auch Unbehauen [Un07, S. 71] und Lunze [Lu10, S. 279ff.].

In Tabelle 1 befindet sich eine Aufzählung der in dieser Arbeit genutzten Sätze und Prinzipien.

Homogenitätsprinzip	$L \{ k \cdot f(t) \} = k \cdot L \{ f(t) \} = k \cdot F(s)$	(2)
Superpositionsprinzip	$L \{ f_1(t) \pm f_2(t) \} = L \{ f_1(t) \} \pm L \{ f_2(t) \} = F_1(s) \pm F_2(s)$	(3)
Differentiationssatz	$L \left\{ \frac{d^n f(t)}{dt^n} \right\} = s^n \cdot F(s) - \sum_{i=1}^n s^{n-i} \cdot \left[\frac{d^{i-1} f(t)}{dt^{i-1}} \right]_{t=+0}$	(4)
Endwertsatz	$f(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s)$	(5)

Tabelle 1: Rechenregeln Laplace-Transformation aus Lutz und Wendt [LW12, S. 82f.]

Für einen Überblick über die Laplace-Transformation ist das Buch von Unbehauen [Un07, S. 51ff.] zu empfehlen. Etwas tiefer geht Lunze [Lu10, S. 244ff.]. Eine tabellarische Übersicht über Rechenregeln und Laplace-Transformierte bietet das Buch von Lutz und Wendt [LW12, S. 61ff.].

2.1.2 Übertragungsglieder im Regelkreis: Das PT₁-Glied

Das PT₁-Glied soll hier als Beispiel dienen, wie Regelkreisglieder mit vergleichsweise geringem Aufwand durch lineare Ersatzglieder modelliert werden können.

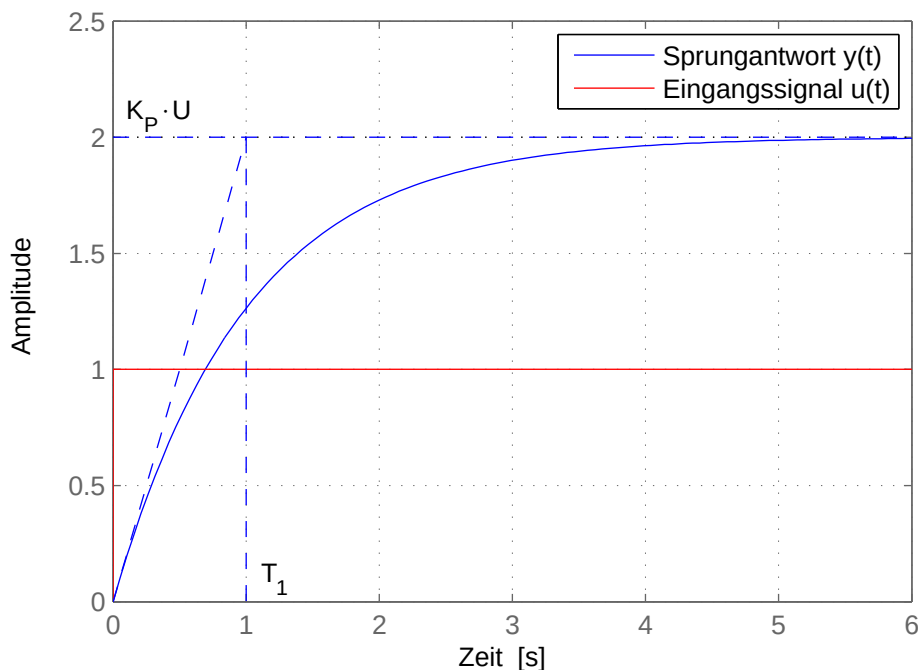


Abbildung 5: Sprungantwort eines PT₁-Glied mit $K_p=2$ und $T_1=1$

Das PT_1 -Glied wird in Kapitel 2.2.2.4 für die Modellierung des Antriebs genutzt. In der Fachliteratur finden sich Übersichten über weitere solcher Elemente, wie P-, PT_2 -, I- oder D-Glieder. Siehe z.B. Lutz und Wendt [LW12, S. 115ff.].

Wie in Abbildung 5 zu sehen, reagiert ein PT_1 -Glied auf ein sprungförmiges Eingangssignal (rot) mit einer exponentiellen Annäherung an einen Grenzwert. Es hat dabei schon zu Beginn eine gewisse Anfangssteigung. (Im Diagramm ist das Ausgangssignal blau und der Grenzwert blau gestrichelt dargestellt.) Dieses Verhalten wird als Verzögerung erster Ordnung bezeichnet [Un07, S. 112].

Die folgenden Formeln sind aus dem Buch von Lutz und Wendt [LW12, S. 394] entnommen.

Die Differentialgleichung des PT_1 -Gliedes lautet:

$$T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K_P u(t). \quad (6)$$

Die entsprechende Übertragungsfunktion (Laplace-Transformierte) ist:

$$G_{PT_1} = \frac{K_P}{1 + T_1 s}. \quad (7)$$

Der Grenzwert ist von der Verstärkung K_P und die Anfangssteigung ist von der Verstärkung K_P und der Zeitkonstante T_1 abhängig. Dabei gilt:

$$K_P = \frac{y(t \rightarrow \infty)}{u_0} \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{y(t \rightarrow \infty)}{\dot{u}(t=0)} \quad \text{mit} \quad u = u_0 \cdot E(t) \quad E: \text{Einheitsprung} \quad (8)$$

Die Parameter werden oft grafisch durch Anlegen von Tangenten an Messdaten bestimmt. Auch die Bestimmung per Optimierung ist möglich aber aufwendiger.

2.1.3 Loopshaping und Bodediagramm

Das Loopshaping-Verfahren, auch Open-Loop-Shaping-, Frequenzkennlinien oder Bode-Verfahren genannt, wird in Kapitel 2.3.2 für den Reglerentwurf genutzt. Die Grundidee bei diesem Verfahren ist, die Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis in Forderungen an den Verlauf von Amplituden- und Phasengang des offenen Regelkreises zu überführen. Die Aufgabe bei der Reglersynthese ist es jetzt, eine Reglerübertragungsfunktion zu finden, die diese Frequenzkennlinien entsprechend den Vorgaben formt. Die Überführung des Problems vom geschlossenen zum offenen Kreis ist sinnvoll, da zwischen Ein- und Ausgangsgröße so ein linearer Zusammenhang besteht, was die Betrachtungen im Bodediagramm erst ermöglicht [Un07, S. 220].

Dabei bedeutet offener Regelkreis, dass die Rückführung der gemessenen Ausgangsgröße y unterbrochen ist. In Abbildung 6 ist die Rückführung gestrichelt dargestellt. Die Begriffe offener Regelkreis und geschlossener Regelkreis sind gleichbedeutend mit offener Kette und geschlossener Kette. Das zu regelnde System wird auch als Strecke bezeichnet.

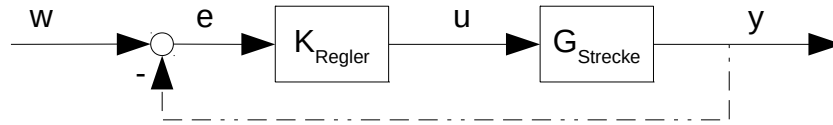


Abbildung 6: Hervorhebung der offenen Kette im Regelkreis

Die Frequenzgangdarstellung basiert auf der über die Laplace-Transformation erlangten Übertragungsfunktion eines Systems (Kapitel 2.1.1). Diese Übertragungsfunktion $G(s)$ ist eine abstrakte Größe. Für $s=j\omega$ geht die Übertragungsfunktion allerdings in den Frequenzgang $G(j\omega)$ über, der physikalisch interpretiert und gemessen werden kann. Dabei ist j die imaginäre Einheit und ω die Kreisfrequenz. Der Frequenzgang ist also eine komplexe Größe, die durch den Amplitudengang $A(\omega)$ und den Phasengang $\varphi(\omega)$ dargestellt werden kann:

$$G(j\omega) = \Re \{ G(j\omega) \} + j \cdot \Im \{ G(j\omega) \} = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}. \quad (9)$$

Die physikalische Deutung lautet: Wenn ein lineares System mit einer sinusförmigen Schwingung $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$ der Amplitude \hat{u} angeregt wird, dann führt die Ausgangsgröße eine phasenverschobene Schwingung gleicher Frequenz aber anderer Amplitude \hat{y} aus: $y(t) = \hat{y}(\omega) \cdot \sin(\omega t - \varphi(\omega))$. Die Amplitude und die Phasenverschiebung sind dabei frequenzabhängig und werden Amplituden- und Phasengang genannt [Un07, S. 83f.].

Die Definition des Amplitudengangs lautet:

$$A(\omega) = \frac{\hat{y}(\omega)}{\hat{u}} = |G(j\omega)| = \sqrt{\Re^2 \{ G(j\omega) \} + \Im^2 \{ G(j\omega) \}}. \quad (10)$$

Der Phasengang ist wie folgt definiert:

$$\varphi(\omega) = \arg(G(j\omega)) = \arctan \left(\frac{\Im \{ G(j\omega) \}}{\Re \{ G(j\omega) \}} \right). \quad (11)$$

Amplituden- und Phasengang können grafisch in Form des von Hendrik Wade Bode eingeführten Bodediagramms dargestellt werden [Bo55]. Beide Kennlinien werden getrennt untereinander gezeichnet, wobei sie sich die x-Achse teilen. Diese ist logarithmisch skaliert und die Kreisfrequenz ist auf ihr aufgetragen. Der Amplitudengang wird oben gezeichnet und in Dezibel (dB) skaliert. Der Phasengang befindet sich darunter und wird in Grad (°) linear aufgetragen [Lu10, S. 242].

Die logarithmische Auftragung hat einige Vorteile. Zum Beispiel lässt sich der Gesamtfrequenzgang einer Hintereinanderschaltung von Übertragungsfunktionen durch die Addition der einzelnen Frequenzgänge realisieren. Dies wird beim Loopshaping durch multiplikative Reglerformen genutzt. Außerdem können Bodediagramme durch Geradenabschnitte approximiert werden, wie Unbehauen schreibt [Un07, S. 89].

Als Beispiel ist in Abbildung 7 das Bodediagramm des auch Abbildung 5 zugrunde liegenden PT_1 -Gliedes dargestellt. Die Geradenapproximation ist gestrichelt eingezeichnet. Man kann deutlich die Eckkreisfrequenz $\omega_1 = T_1^{-1} = 1$ erkennen.

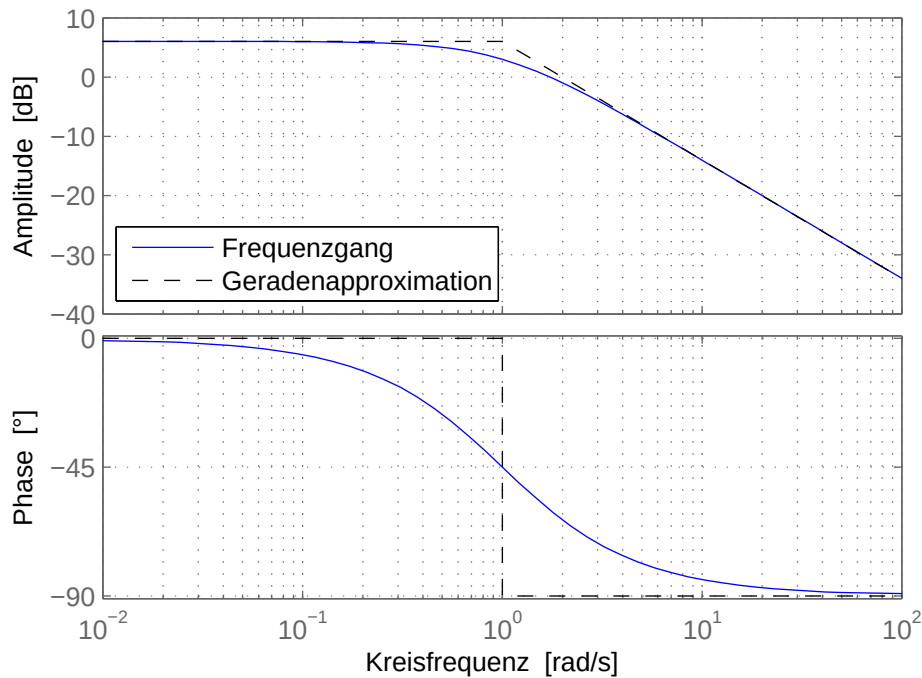


Abbildung 7: Bodediagramm eines PT_1 -Glied (siehe Formel (7))

Für das Loopshaping wird angenommen, dass der geschlossene Regelkreis durch ein schwingungsfähiges Verzögerungsglied zweiter Ordnung (PT_2) approximiert werden kann. Die Anforderungen an dieses werden in Anforderungen an den Frequenzgang der offenen Kette umgeformt und durch die entsprechende Reglerübertragungsfunktion erfüllt. Der so ermittelte Regler wird dann per Simulation der Führungs- und Störsprungantworten des linearen Systems und schlussendlich mit einer Simulation des vollständigen Modells geprüft. Der Ablauf ist dem Beispiel in Kapitel 2.3.2 zu entnehmen.

2.1.4 Analyse der bestehenden Regelstrategien: Kaskadenregelung

Die Regelsysteme des FINken II Quadropters weisen eine Kaskadenstruktur auf. Die unterste Ebene ist dabei die Lageregelung, welche mit PID-Reglern arbeitet, als mittlere Ebene folgt die Höhenregelung und die höchste Ebene ist die xy-Positionsregelung, die für die Wandvermeidung genutzt wird. Bei einer Kaskadenregelung muss die unterlagerte Ebene schneller arbeiten als die jeweils höhere und unabhängig von ihr stabil sein. Dadurch kann ein innerer Kreis beim Entwurf des äußeren Kreises laut Lunze [Lu10, S. 567ff.] als statisches Übertragungsglied angesehen werden.

2.1.5 FINken: Sensoren

Die in dieser Arbeit entwickelten Regelungen arbeiten weitgehend unabhängig vom verwendeten Sensortyp. Weitgehend bedeutet, dass z.B. bei der Höhenbestimmung mit einem Infrarotsensor die Messwerte mithilfe der Lagewinkel kompensiert werden sollten, was hingegen bei dem verwendeten Ultraschallsensor in dem betreffenden Neigungsbereich nicht notwendig ist. Trotzdem muss die Sensorik einige Anforderungen erfüllen, die in den Tabellen 2 und 3

aufgelistet sind. Die Messgenauigkeit entspricht in etwa der gewünschten Regelgenauigkeit und die Messfrequenz resultiert aus der Diskretisierung der kontinuierlichen Reglergleichung (siehe Kapitel 2.3.7 und 2.4.6). Grundsätzlich kann eine Regelung nicht genauer sein, als die ihr zur Verfügung gestellten Messdaten. Kleine Abweichungen von den hier aufgezählten Forderungen führen deshalb erst einmal zu höherer Ungenauigkeit der Regelergebnisse und nicht sofort zur Instabilität des Quadropters. Allerdings reagiert besonders der Höhenregler sehr sensibel gegenüber verzögerten Messwerten.

Messfrequenz	min. 17 Hz
Messverzögerung	kleiner als $(1/17)$ s
Messgenauigkeit	± 2 cm
Messbereich	Sollflugbereich ± 30 cm oder mehr

Tabelle 2: Anforderungen Höhsensor für Höhenregler 1

Messfrequenz	min. 7 Hz
Messverzögerung	kleiner als $(1/7)$ s
Messgenauigkeit	± 5 cm
Messbereich	20 bis 200 cm

Tabelle 3: Anforderungen Wandvermeidungssensoren

2.2 Modellierung

Der Quadrokopter ist, wie in der Einleitung beschrieben, ein instabiles System, das seine Position in der Luft ohne Regelung nicht halten kann. Deshalb gestaltet sich ein Reglerentwurf an der Regelstrecke schwierig und kann schnell zu Materialschäden führen. Mit einer passenden Modellierung des Systems Quadrokopter können diese Probleme umgangen werden – außerdem lassen sich vielfältigere, modellbasierte Reglerentwurfsverfahren nutzen.

Die Modellierung erfolgt ähnlich wie von Bouabdallah beschrieben [BMS04, S. 3ff.]. Sie wird für die verschiedenen Richtungen unabhängig voneinander vorgenommen und basiert auf einem kartesischen Rechtskoordinatensystem, das sich zwar mit dem Quadrokopter mitbewegt, dessen z-Achse aber immer nach oben zeigt. Der Quadrokopter wird als freier Schubvektor modelliert. Drehungen um die z-Achse, also Gierbewegungen, werden vernachlässigt, da diese von der vorhandenen Sensorik und Positionsbestimmung nicht adäquat verarbeitet werden können. Für die z-Richtung bedeutet dies keine Einschränkung, da es von außen betrachtet keine Veränderungen bewirkt, wenn sich ein Schubvektor um seine Längsachse dreht. Auch der Sensor für die Höhenmessung wird bei einer Gierbewegung ebenfalls nur um seine Längsachse gedreht, was sein Messergebnis nicht beeinflusst. Für die Regelung der xy-Richtung bedeutet diese Vereinfachung eine gewisse Einschränkung: Ein Quadrokopter kann zwar auch ohne zu gieren alle Positionen im Raum erreichen und somit auch einem Hindernis ausweichen, wenn jedoch ein Hindernis detektiert wird und der Regler den Ausweichvorgang startet, sollte möglichst keine Gierbewegung mehr stattfinden.

Auf die Modellierung der rotatorischen Bewegungen wird verzichtet, da in dieser Arbeit nur Regelungen für die translatorischen Bewegungen betrachtet werden. Dies ist möglich, da rotatorische und translatorische Bewegungen nur durch die Winkel, nicht jedoch deren Ableitungen, verknüpft sind, wie sich im Laufe der Modellierung zeigt.

Für alle drei Bewegungsrichtungen werden Differentialgleichungen (DGL) nach dem d'Alembertschen Prinzip aufgestellt: Das kinetische wird auf ein statisches Problem mittels Ergänzen der eingeprägten Kräfte (Trägheitskräfte) in negativer Beschleunigungsrichtung zurückgeführt. Eine Erläuterung dieses Prinzips findet sich im Buch von Stroppe [St08, S. 54].

Folgende Annahmen werden getroffen: Das Chassis des Quadrokopters sei starr und steif. Der Quadrokopter sei von oben betrachtet punktsymmetrisch im Schnittpunkt der Arme, somit liege dort auch der Massenschwerpunkt.

Folgende, in Tabelle 4 genannte Größen werden eingeführt. Der Luftwiderstandsbeiwert wird als der eines unverkleideten Motorrades abgeschätzt.

Rollwinkel	$\Phi \in [-20^\circ, 20^\circ]$
Nickwinkel	$\Theta \in [-20^\circ, 20^\circ]$
Masse Quadrokopter	$m = 0,288 \text{ kg}$
Fläche für Luftwiderstand in x-,y-Richtung	$A_{xy} = 0,0288 \text{ m}^2$
Fläche für Luftwiderstand in z-Richtung	$A_z = 0,0576 \text{ m}^2$
Dichte Luft (bei 15° und 101325 Pa) [CH08, S. B6ff.]	$\rho_L = 1,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Schätzung Luftwiderstandsbeiwert [Be07, S. 75]	$c_w = 0,7$

Tabelle 4: Eingeführte Größen und Gültigkeitsbereiche

2.2.1 Koordinatensystem und Schubvektor

In diesem Kapitel wird das verwendete Koordinatensystem und die Berechnung der Komponenten des Schubvektors für die verschiedenen Richtungen erläutert. Es wird ein kartesisches Rechtskoordinatensystem verwendet, das sich mit dem Quadrokopter in x-,y-Richtung mitbewegt. In z-Richtung bleibt dieses Koordinatensystem auf Bodenhöhe, bewegt sich also nicht mit. Insbesondere den Drehungen um die x- und y- Achse des Quadrokopters folgt das Koordinatensystem nicht. Dieses System wird als erdfestes Koordinatensystem bezeichnet.

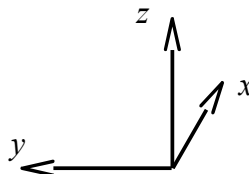


Abbildung 8: Erdfestes Koordinatensystem

Da der Quadrokopter als Schubvektor betrachtet wird, der sich frei im Raum bewegen kann, wird in diesem Kapitel ein weiteres Koordinatensystem benötigt. Dieses ist körperfest mit seinem Ursprung im optischen Mittelpunkt des Quadrokopters verankert und seine Koordinaten werden gestrichelt dargestellt: x',y',z' . Seine x' - y' -Ebene liegt parallel zu den Propellern und die z' -Achse zeigt nach oben. In diesem Koordinatensystem betrachtet ist die Richtung des Schubvektor F_M fest und zeigt in positive z' -Richtung. Die Neigungsbewegungen werden in diesem körperfesten Koordinatensystem betrachtet. Ein positiver Nickwinkel bedeutet, dass der Quadrokopter um die y' -Achse nach hinten geneigt ist, wodurch er in negativer x' -Richtung beschleunigt wird. Ein positiver Rollwinkel bedeutet, dass er um die x' -Achse nach rechts geneigt ist, wodurch er in negativer y' -Richtung beschleunigt wird.

Für die Umrechnung von im Ursprung angreifenden Kraftvektoren werden Transformationsmatrizen mithilfe der Abbildungen 9 und 10, wie im Buch von Arens et al. [Ar12, S. 660ff.] beschrieben, aufgestellt. Dabei wird eine Matrix für die Rollbewegung und eine für die Nickbewegung aufgestellt. Bei einem von der Wandvermeidung durchgeführten Ausweichvorgang

ist nicht klar, ob erst eine Roll- und dann eine Nickbewegung oder andersherum ausgeführt wird. Beide Bewegungen können auch gleichzeitig stattfinden. Deshalb werden die Extrema betrachtet: Der Schubvektor wird vom körperfesten in das erdfeste Koordinatensystem umgerechnet für Fall 1: erst Nick-, dann Rollbewegung und Fall 2: erst Roll- und dann Nickbewegung.

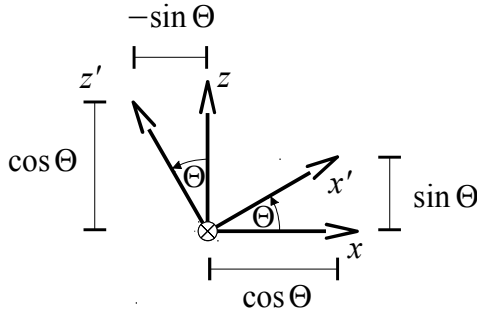


Abbildung 9: Drehung um y-Achse

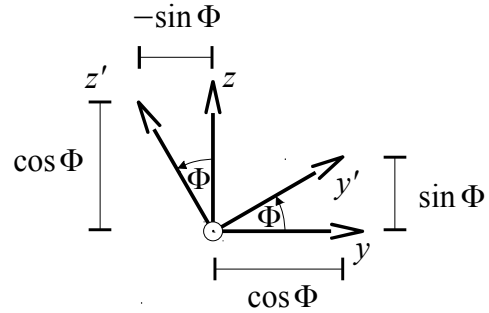


Abbildung 10: Drehung um x-Achse

Die Transformationsmatrix für die Nickbewegung lautet:

$$M_N = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Diejenige für die Rollbewegung lautet:

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Die Aneinanderreihung zweier Bewegungen erfolgt durch Linksmultiplikation der entsprechenden Matrizen an den Schubvektor:

$$\vec{F}_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_M \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Fall 1 „erst nicken, dann rollen“ wird wie folgt berechnet:

$$\vec{F}_{M,E,1} = M_R M_N \vec{F}_M = \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ -\sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix} F_M. \quad (15)$$

Für Fall 2 „erst rollen, dann nicken“ werden die Transformationsmatrizen vertauscht:

$$\vec{F}_{M,E,2} = M_N M_R \vec{F}_M = \begin{bmatrix} -\sin \Theta \cos \Phi \\ -\sin \Phi \\ \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix} F_M. \quad (16)$$

Der Schub in z-Richtung ist unabhängig von der Reihenfolge der Drehungen:

$$F_{M,z} = \cos(\Phi) \cos(\Theta) F_M. \quad (17)$$

Für den Schub in x- bzw. y Richtung existieren hingegen Querkopplungen, die aber bei der Linearisierung des Cosinus für kleine Winkel wegfallen. Für den Cosinus gilt bei kleinen Winkeln:

$$\cos(\alpha) \approx 1 \quad \text{für } \alpha < 20^\circ. \quad (18)$$

Da das Modell für den Reglerentwurf in Kapitel 2.4.2 ohnehin linearisiert werden muss und die Linearisierung des Sinus für den betreffenden Wertebereich eine gute Näherung ist, wird sie an dieser Stelle ebenfalls durchgeführt.

$$\sin(\alpha) \approx \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha \quad \text{für } \alpha < 40^\circ. \quad (19)$$

Die linearisierten Gleichungen für den Schub in die verschiedenen Richtungen lauten:

$$F_{M,z,lin} = F_M, \quad (20)$$

$$F_{M,x,lin} = -\Theta \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot F_M, \quad (21)$$

$$F_{M,y,lin} = -\Phi \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot F_M. \quad (22)$$

Die Unabhängigkeit der Schubanteile für x-, y-, und z-Richtung bei kleinen Winkeln ermöglicht die unabhängige Modellierung und Regelung der verschiedenen Achsen.

2.2.2 Modellierung der Bewegung in z-Richtung

Die Modellierung der translatorischen Bewegung in z-Richtung ist für die Auslegung der Höhenregelung nötig. Sie wird für das Chassis und den Antrieb getrennt durchgeführt. Die Ergebnisse werden dann für das lineare Modell im Laplacebereich zusammengefügt.

2.2.2.1 Vollständiges Modell der Bewegung des Chassis in z-Richtung

Ziel dieses Unterkapitels ist es, einen Zusammenhang zwischen der Schubkraft des Antriebs, der Bewegung in z-Richtung und der Flughöhe z des Quadropters herzuleiten. Dafür werden die in Tabelle 5 aufgezählten Kräfte benötigt.

Trägheitskraft	$F_T(t) = -m \ddot{z}$	(23)
Gewichtskraft	$F_G = -m g$	(24)
Auftriebskraft	$F_{M,z}(t) = \cos(\Phi) \cdot \cos(\Theta) \cdot u(t)$ mit $u(t) = F_M(t)$	(25)
Schubkraft Antrieb	$F_M(t)$	(26)
Luftwiderstand	$F_{L,z}(t) = -\text{sign}(\dot{z}) \cdot \frac{c_W Q_L A_z}{2} \cdot \dot{z}^2$	(27)

Tabelle 5: In z-Richtung wirkende Kräfte

Die Formel (25) entspricht Formel (17) aus dem vorherigen Kapitel. Bei der Gleichung für den Luftwiderstand bedeutet der Faktor $\text{sign}(\dot{z})$ Vorzeichen von \dot{z} und dient der richtigen Wirkrichtung. Der Einfluss des Luftwiderstandes geht im Bereich der Ruhelage gegen Null, was bei der Linearisierung im Kapitel 2.2.2.2 deutlich wird. Simulationen mit und ohne Luftwiderstand ergaben nur geringe Abweichungen, sodass die getroffene grobe Abschätzung den Anforderungen genügt.

Die Anwendung des d'Alembertschen Prinzips ergibt:

$$0 = F_T + F_G + F_{M,z} + F_{L,z} . \quad (28)$$

Nun werden die Terme aus Tabelle 5 eingesetzt:

$$0 = -m \ddot{z} - m g + \cos(\Phi) \cos(\Theta) u(t) - \text{sign}(\dot{z}) \cdot \frac{c_W Q_L A_z}{2} \cdot \dot{z}^2 . \quad (29)$$

Daraus folgt die DGL für die resultierende Beschleunigung in z-Richtung:

$$\ddot{z} = -\text{sign}(\dot{z}) \cdot \frac{c_W Q_L A_z}{2 m} \cdot \dot{z}^2 - g + \frac{\cos(\Phi) \cos(\Theta)}{m} \cdot u(t) . \quad (30)$$

Für das Eingangssignal $u(t)$ wird die Schubkraft des Antriebs eingesetzt und es folgt die DGL für die translatorische Bewegung in z-Richtung:

$$\ddot{z} = -\text{sign}(\dot{z}) \cdot \frac{c_W Q_L A_z}{2m} \cdot \dot{z}^2 - g + \frac{\cos(\Phi) \cos(\Theta)}{m} \cdot F_M(t) . \quad (31)$$

Die Bewegung hängt nur von den Winkeln und nicht von den Winkelbeschleunigungen ab, weshalb die rotatorischen Bewegungen vernachlässigt werden können.

2.2.2.2 Linearisiertes Modell der Bewegung des Chassis in z-Richtung

Die Linearisierung erfolgt hier um eine Ruhelage. Die in dieser Arbeit entwickelte Höhenregelung hat die Aufgabe, den Quadropter stabil auf einer Flughöhe z_{soll} zu halten. Dabei sollen in z-Richtung weder Beschleunigungen, noch Geschwindigkeiten auftreten. Für die Ruhelage gilt also:

$$z_{SS} = z_{soll}, \quad \dot{z}_{SS} = 0, \quad \ddot{z}_{SS} = 0 . \quad (32)$$

In Formel (31) eingesetzt, folgt daraus für den Schwebeschub:

$$F_{M,SS} = \frac{mg}{\cos \Phi \cos \Theta} . \quad (33)$$

Die Abstandsvariablen lauten:

$$\Delta \ddot{z} = \ddot{z} - \ddot{z}_{SS} , \quad (34)$$

$$\Delta \dot{z} = \dot{z} - \dot{z}_{SS} , \quad (35)$$

$$\Delta z = z - z_{SS} , \quad (36)$$

$$\Delta F_M = F_M - F_{M,SS} . \quad (37)$$

Damit kann Formel (31) linearisiert werden:

$$\Delta \ddot{z} = \left[-2 \frac{c_W Q_L A_z}{2m} \dot{z} \right]_{\dot{z}=\dot{z}_{SS}} \cdot \Delta \dot{z} - 0 + \left[\frac{\cos(\Phi) \cos(\Theta)}{m} \right]_{F_M=F_{M,SS}} \cdot \Delta F_M . \quad (38)$$

Da nur kleine Winkeländerungen auftreten, gelte: $\cos(\Phi)=\cos(\Theta)=1$, also ergibt sich die linearisierte DGL des Chassis:

$$\Delta \ddot{z} = \frac{1}{m} \Delta F_M \quad \text{mit} \quad \Delta F_M = F_M - mg . \quad (39)$$

Per Differentiationssatz der Laplace-Transformation (4) wird nun die Chassis-Übertragungsfunktion im Frequenzraum ermittelt:

$$s^2 Z(s) - s^1 \Delta z(0) - s^0 \Delta \dot{z}(0) = \frac{1}{m} \cdot L \{ \Delta F_M \} , \quad (40)$$

mit den Anfangsbedingungen $\Delta z(0)=z_{soll}-z_{soll}=0$, $\Delta \dot{z}(0)=0$ und $L \{ \Delta F_M \} = U(s)$.

Somit lautet die Übertragungsfunktion des Chassis:

$$G_{C,z}(s) = \frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{K_{C,z}}{s^2}, \quad (41)$$

mit $K_{C,z} = m^{-1} = 3,472 \text{ kg}^{-1}$.

Diese Übertragungsfunktion hat ein I_2 -Verhalten, d.h. ein zweifach integrierendes Verhalten. Die physikalische Interpretation ist: Eine aus einer Abweichung vom Schwebeschub resultierende Kraft bewirkt eine zu ihr proportionale Beschleunigung, die zweimal integriert wird. Beim ersten Mal zu einer Geschwindigkeit und beim zweiten Mal zu einer Position bzw. Höhe. Außerdem ist anzumerken, dass die Linearisierung für eine allgemeine Flughöhe z_{soll} durchgeführt wurde und somit der später entworfene Regler prinzipiell auch für jede beliebige Flughöhe verwendet werden kann.

2.2.2.3 Vollständiges Modell des Antriebs

Der Antrieb des Quadropters besteht aus vier Einzelantrieben, die je eine Einheit aus Motor, Motorcontroller und Propeller sind. Jeder Einzelantrieb hat ein dynamisches Verhalten, das vereinfacht durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung, ein PT_1 -Glied, modelliert wird. Es wird angenommen, dass sich alle vier Einzelantriebe gleich verhalten. In diesem Schritt wird zunächst eine nichtlineare Differentialgleichung entworfen.

Das dynamische Verhalten eines Einzelantriebs wird durch die Zeitkonstante T_M und die Verstärkung K_M charakterisiert. Für die Messung der Zeitkonstante müsste der aus einem Testeingangssignal resultierende Propellerdrehzahlverlauf gemessen werden. Zu Beginn der Entwicklung einer entsprechenden Messapparatur wurde allerdings schon mit einem Schätzwert ein guter Regler gefunden, weshalb die Entwicklung eingestellt wurde und keine Messung mehr stattfand. Die Schätzung erfolgte in zwei Schritten: Zuerst wurde der Wert der Konstante etwas zu niedrig angesetzt, was ein schwingendes Verhalten des Quadropters mit dem damit entworfenen Regler in der Realität hervorrief. Dieses Verhalten wurde durch Erhöhen der Konstante im Modell nachempfunden und so ein neuer Wert approximiert: $T_M = 0,14 \text{ s}$. In Kapitel 2.3.3 wird anhand des Bodediagramms der offenen Kette kurz erläutert, weshalb die Schätzung den Anforderungen entspricht.

Die Verstärkung bzw. das statische Übertragungsverhalten wurde mithilfe einer Schubwaage wie in Anhang B beschrieben ermittelt. Die folgende Formel (42) entspricht der Formel (123) aus dem Anhang und beschreibt den Zusammenhang zwischen vorgegebener Gasstellung Th und der resultierenden Schubkraft F_S eines Einzelantriebs für lange Zeiten (statisch):

$$F_{S,i,\infty}(Th) = 1,4853 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\%^2} \cdot Th^2 + 6,4028 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\%} \cdot Th. \quad (42)$$

Die nichtlineare DGL eines Einzelantriebs analog zu einem linearen PT₁-Glied lautet:

$$T_M \frac{dF_{S,i}(t)}{dt} + F_{S,i}(t) = F_{S,i,\infty}(Th(t)) . \quad (43)$$

Weiterhin wird angenommen, dass alle Motoren bei Bewegung in z-Richtung gleich schnell drehen und somit gilt: $F_{S,1}=F_{S,2}=F_{S,3}=F_{S,4}=F_S$. Daraus folgt für den Schub des Gesamtantriebs: $F_M(t)=4 \cdot F_S(t)$.

Für den Gesamtantrieb lautet die vollständige DGL also:

$$T_M \frac{dF_M(t)}{dt} + F_M(t) = 4 \cdot F_{S,i,\infty}(Th(t)) . \quad (44)$$

2.2.2.4 Lineares Modell des Antriebs: PT₁-Glied

Die nichtlineare DGL aus Formel (44) kann durch Linearisierung der rechten Seite um die Ruhelage, also die Schwebegasstellung, in die DGL eines PT₁-Gliedes umgewandelt werden. Dafür muss zunächst das Schwebegas Th_{SS} mit Hilfe des Schwebeschubs eines Einzelantriebs $F_{S,SS}$ aus dem statischen Einzelantriebsübertragungsverhalten (Formel (42)) ermittelt werden:

$$F_{S,SS} = \frac{mg}{4} = 0,70632 \text{ N} \Rightarrow Th_{SS} = 50,6969 \% . \quad (45)$$

Der Verstärkungsfaktor K_M des Gesamtantriebs entspricht dann dem Vierfachen der Steigung des statischen Antriebsübertragungsverhaltens eines Einzelantriebs an der Stelle der Schwebegasstellung Th_{SS} . Die Linearisierung von Formel (30) ergibt:

$$T_M \cdot \Delta \dot{F}_M + \Delta F_M = K_M \cdot \Delta Th \quad \text{mit} \quad K_M = 4 \cdot 2,146 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N}}{\%} = 8,854 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N}}{\%} . \quad (46)$$

Diese DGL entspricht einem PT₁-Glied (Vergleiche Formel (6)). Die Übertragungsfunktion des Gesamtantriebs lautet also:

$$G_M = \frac{K_M}{1 + T_M s} , \quad (47)$$

mit $T_M=0,14 \text{ s}$ und $K_M=8,854 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \%^{-1}$.

2.2.2.5 Lineares Gesamtmodell der Bewegung in z-Richtung

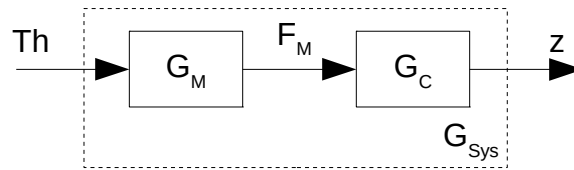


Abbildung 11: Übertragungsfunktion der Regelstrecke in z-Richtung

Chassis und Antrieb liegen als Laplace-Transformierte vor und können jetzt durch Multiplikation zur Gesamtübertragungsfunktion der Regelstrecke überführt werden (siehe auch Abbildung 11), welche ein I_2T_1 -Verhalten aufweist:

$$G_{Sys,z} = G_{C,z} \cdot G_M = \frac{K_{C,z} K_M}{s^2(1 + T_M s)}, \quad (48)$$

mit $K_{C,z} = m^{-1} = 3,472 \text{ kg}^{-1}$, $T_M = 0,14 \text{ s}$ und $K_M = 8,854 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \%^{-1}$.

2.2.3 Modellierung der Bewegung in x-,y-Richtung

Die Modellierung der translatorischen Bewegungen in x,y-Richtung ist für die Auslegung der Wandvermeidung nötig. Erst wird die translatorische Bewegung des Chassis und dann die Neigebewegung modelliert. Die Modellierung der Neigebewegung ist zwar für die Reglersynthese nicht unbedingt nötig, wird jedoch der Vollständigkeit halber und zum Zwecke genauerer Simulationen durchgeführt. Wie in Kapitel 2.2.1 gezeigt wurde, sind die Schubanteile in x- und y-Richtung für kleine Winkel voneinander unabhängig, womit die gesamten Bewegungen voneinander unabhängig sind. Da beide Modellierungen somit identisch sind, wird hier nur die x-Richtung modelliert. Diese ist wiederum der Bewegung in z-Richtung bis auf das Fehlen der Erdbeschleunigung sehr ähnlich, weshalb das Vorgehen in diesem Kapitel analog zu dem in Kapitel 2.2.2 ist.

2.2.3.1 Vollständiges Modell der Bewegung des Chassis in x-Richtung

Das Ziel dieses Kapitels ist es, einen Zusammenhang zwischen dem Nickwinkel des Quadropters und der Bewegung in x-Richtung herzuleiten. Im Gegensatz zum vollständigen Modell der vertikalen Bewegung, gilt das vollständige Modell der horizontalen Bewegung nur für kleine Roll- und Nickwinkel, um die oben genannte Unabhängigkeit der Bewegungen zu gewährleisten. Das heißt, der einzige Unterschied zwischen linearem und vollständigem Modell wird der Luftwiderstandsterm sein. In Tabelle 6 sind die auf das Chassis wirkenden Kräfte aufgezählt.

Modellierung

Trägheitskraft	$F_T(t) = -m \ddot{x}$	(49)
----------------	------------------------	------

Schub in x-Richtung	$F_{M,x,lin}(t) = F_{M,SS} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot u(t)$ mit $u(t) = -\Theta(t)$	(50)
---------------------	--	------

Schwebeschub Antrieb	$F_{M,SS} = -F_G = m g$	(51)
----------------------	-------------------------	------

Luftwiderstand	$F_{L,x}(t) = -\text{sign}(\dot{x}) \cdot \frac{c_W \rho_L A_{xy}}{2} \cdot \dot{x}^2$	(52)
----------------	--	------

Tabelle 6: In x-Richtung wirkende Kräfte

Die Formel (50) entspricht Formel (21) aus Kapitel 2.2.1. Außerdem wird angenommen, dass der Schub in z-Richtung $F_{M,SS}$ annähernd konstant und gleich der Gewichtskraft F_G ist, da die Höhe durch den Höhenregler konstant gehalten wird.

Das Kräftegleichgewicht nach dem d'Alembertschen Prinzip lautet:

$$0 = F_T + F_{M,x,lin} + F_{L,x} \quad (53)$$

Das Einsetzen der Terme aus Tabelle 6 liefert:

$$0 = -m \ddot{x} + m g \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot u(t) - \text{sign}(\dot{x}) \cdot \frac{c_W \rho_L A_{xy}}{2} \cdot \dot{x}^2 \quad (54)$$

Damit ist die vollständige DGL für die Bewegung in x-Richtung:

$$\ddot{x} = -\text{sign}(\dot{x}) \cdot \frac{c_W \rho_L A_{xy}}{2 m} \cdot \dot{x}^2 - \frac{\pi \cdot g}{180^\circ} \cdot \Theta(t) \quad (55)$$

2.2.3.2 Linearisiertes Modell der Bewegung des Chassis in x-Richtung

Die Linearisierung erfolgt wie für die z-Richtung um eine Ruhelage, nämlich in diesem Fall eine Position x_{soll} , bei der weder Beschleunigungen, noch Geschwindigkeiten auftreten. Für die Ruhelage gilt also:

$$x_{SS} = x_{soll}, \quad \dot{x}_{SS} = 0, \quad \ddot{x}_{SS} = 0 \quad (56)$$

In Formel (55) eingesetzt folgt daraus für den Nickwinkel:

$$\Theta_{SS} = 0 \quad (57)$$

Die Abstandsvariablen lauten:

$$\Delta \ddot{x} = \ddot{x} - \ddot{x}_{SS} \quad (58)$$

$$\Delta \dot{x} = \dot{x} - \dot{x}_{SS} \quad (59)$$

$$\Delta x = x - x_{SS} \quad (60)$$

$$\Delta \Theta = \Theta - \Theta_{SS} \quad (61)$$

Damit kann Formel (31) linearisiert werden:

$$\Delta \ddot{x} = \left[-2 \frac{c_w Q_L A_x}{2m} \dot{x} \right]_{\dot{x}=\dot{x}_{ss}} \cdot \Delta \dot{x} - \left[\frac{\pi \cdot g}{180^\circ} \right]_{\Theta=\Theta_{ss}} \cdot \Delta \Theta . \quad (62)$$

Also lautet die linearisierte DGL des Chassis:

$$\Delta \ddot{x} = -\frac{\pi \cdot g}{180^\circ} \Delta \Theta \quad \text{mit} \quad \Delta \Theta = \Theta . \quad (63)$$

Per Differentiationssatz der Laplace-Transformation (4) wird nun die Chassis-Übertragungsfunktion im Frequenzraum ermittelt:

$$s^2 X(s) - s^1 \Delta x(0) - s^0 \Delta \dot{x}(0) = \frac{\pi \cdot g}{180^\circ} \cdot L \{ -\Delta \Theta \} , \quad (64)$$

mit den Anfangsbedingungen $\Delta x(0) = x_{soll} - x_{soll} = 0$, $\Delta \dot{x}(0) = 0$ und $L \{ -\Delta \Theta \} = U(s)$.

Somit lautet die Übertragungsfunktion des Chassis für die x-Richtung:

$$G_{C,x}(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{\pi \cdot g}{180^\circ} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{K_{C,xy}}{s^2} , \quad (65)$$

mit $K_{C,xy} = \pi \cdot g \cdot (180^\circ)^{-1} = 0,1712 \text{ m} \cdot (\text{°} \cdot \text{s}^2)^{-1}$.

Diese Übertragungsfunktion hat genau wie die Übertragungsfunktion für die z-Richtung ein I_2 -Verhalten. Lediglich der Verstärkungsfaktor unterscheidet sich. Er ist nur von der Erdbeschleunigung abhängig, wodurch diese Übertragungsfunktion für jeden Quadrokopter, dessen Flughöhe stabilisiert ist, für kleine Winkel gilt.

2.2.3.3 Lineares Modell der Neigebewegung: PT_2 -Glied

Die Neigebewegung wird nur näherungsweise mit sehr kleinen Ansprüchen an die Genauigkeit modelliert, da sie hauptsächlich für ein realistischeres Verhalten der Simulation benötigt wird. Beim Reglerentwurf hat sie nur einen geringen Einfluss, da der äußere Regelkreis für die xy-Position aufgrund der Kaskadenstruktur langsamer ausgelegt sein muss, als die unterlagerte Höhen- und Lageregelung (siehe auch Kapitel 2.1.4).

Da die Neigebewegung schon von der Lageregelung geregelt wird, handelt es sich um das Übertragungsverhalten eines geschlossenen Regelkreises, das als schwingungsfähiges PT_2 -Glied approximiert wird. Die Neigebewegung verhält sich für Rollen und Nicken gleich. Im Rahmen einer einfachen Videoanalyse wurde folgendes PT_2 -Glied ermittelt:

$$G_{Neig} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2} , \quad (66)$$

mit der Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = 16,04 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ und der Dämpfung $D = 0,59$.

2.2.3.4 Lineare Gesamtmodelle der Bewegungen in x-,y-Richtung

Ähnlich wie für die z-Richtung wird die Gesamtübertragungsfunktion für die Bewegung in x-Richtung durch Multiplikation der Laplace-Transformierten für die Bewegung des Chassis (65) und die Neigebewegung (66) ermittelt:

$$G_{Sys,x} = G_{C,x} \cdot G_{Neig} = \frac{K_{C,xy} \omega_0^2}{s^2 (s^2 + 2 D \omega_0 s + \omega_0^2)}, \quad (67)$$

mit $K_{C,xy} = 0,1712 \text{ m} \cdot (\text{°} \cdot \text{s}^2)^{-1}$, $\omega_0 = 16,04 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ und $D = 0,59$.

Diese Übertragungsfunktion hat ein (schwingungsfähiges) I_2T_2 -Verhalten.

Die Übertragungsfunktion für die y-Richtung entspricht derjenigen für die x-Richtung:

$$G_{Sys,y} = G_{C,y} \cdot G_{Neig} = \frac{K_{C,xy} \omega_0^2}{s^2 (s^2 + 2 D \omega_0 s + \omega_0^2)}, \quad (68)$$

mit $K_{C,xy} = 0,1712 \text{ m} \cdot (\text{°} \cdot \text{s}^2)^{-1}$, $\omega_0 = 16,04 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ und $D = 0,59$.

Diese Übertragungsfunktion hat ebenfalls ein (schwingungsfähiges) I_2T_2 -Verhalten.

2.3 Höhenregelung

Die Entwicklung einer stabilen Höhenregelung mit gutem Störverhalten ist die Hauptaufgabe dieser Bachelorarbeit, da der FINken ohne das zuverlässige Halten seiner Höhe nicht produktiv für die Forschung eingesetzt werden kann.

Die Wahl des Reglers wird dadurch eingeschränkt, dass als Messinformation bislang lediglich die Höhe verfügbar ist. Die Beschleunigung wird zwar von der inertialen Messeinheit (engl: inertial measurement unit: IMU) gemessen, das Signal ist aber stark verrauscht, sodass es momentan nicht für die Positionsbestimmung genutzt werden kann. Eine Geschwindigkeitsmessung ist für die Höhe momentan nicht möglich. Diese Einschränkungen stehen der Verwendung eines Zustandsreglers entgegen. Da außerdem in der Literatur z.B. von Puls [Pu11, S. 58] ein PID-Regler erfolgreich für den Flug im Freien implementiert wurde, wird dieser klassische Regelungsansatz auch in dieser Arbeit verwendet.

2.3.1 Wahl des Reglers und Stabilitätsanalyse

Es soll eine Art des klassischen PID-Reglers verwendet werden. Dieser Regler hat einen proportionalen (P), einen integralen (I) und einen differentiellen (D) Anteil. Der P-Anteil wirkt proportional zum Regelfehler, der integrale Anteil integriert den Regelfehler, womit er einer bleibenden Regelabweichung entgegen wirkt, und der differentielle Anteil reagiert auf Änderungen des Fehlers. In Kapitel 2.2.2.5 wurde dargelegt, dass die Regelstrecke ein I_2T_1 -Verhalten aufweist. Ihr integraler Anteil legt den Verzicht auf den I-Anteil des Reglers nahe. Für eine fundierte Auswahl des genauen Reglertyps wird eine Stabilitätsanalyse durchgeführt.

Zunächst werden die Polstellen der Systemübertragungsfunktion aus Formel (48) betrachtet:

$$s_p^2(1 + T_M s_p) \stackrel{!}{=} 0. \quad (69)$$

Dies ist das sogenannte charakteristische Polynom des Systems. Seine Nullstellen sind die Polstellen der Übertragungsfunktion. Anhand ihrer Lage lässt sich auf die Stabilität und das Schwingungsverhalten des linearen Systems zurückschließen. Aus dem charakteristischen Polynom folgt:

$$s_{P1,2} = 0 \quad \wedge \quad s_{P3} = -\frac{1}{T_M}. \quad (70)$$

Die Polstellen haben keinen imaginären Anteil, das lineare System weist also kein schwingendes Verhalten auf. Der Realteil der dritten Polstelle ist negativ, es handelt sich um einen stabilen Pol. Die erste und zweite Polstelle haben einen Realteil von Null. Das bedeutet zwar, dass das lineare System grenzstabil ist, es lassen sich daraus allerdings keine Rückschlüsse auf die Stabilität des vollständigen, nichtlinearen System ziehen. Physikalisch betrachtet ist offensichtlich, dass der Quadrocopter genau dann auf einer Höhe schwebt, wenn die Auftriebskraft exakt seiner Gewichtskraft entspricht. Wird er von seiner Höhe durch äußere Einwirkung auf eine andere Höhe ausgelenkt, bleibt er auf dieser neuen Position. Allerdings reicht eine mini-

male Abweichung von dem Kräftegleichgewicht (28) aus, da in dem betrachteten Flugbereich beide Kräfte unabhängig von der Höhe sind, und der Quadrocopter wird durch die resultierende Kraft immer weiter beschleunigt – zumindest bis er Boden oder Decke trifft (Der Bodeneffekt soll hier außer Acht gelassen werden). Das nichtlineare System ist somit auch grenzstabil, aber nicht asymptotisch stabil. Das erste Ziel der Regelung ist das Erreichen der asymptotischen Stabilität des geschlossenen Regelkreises.

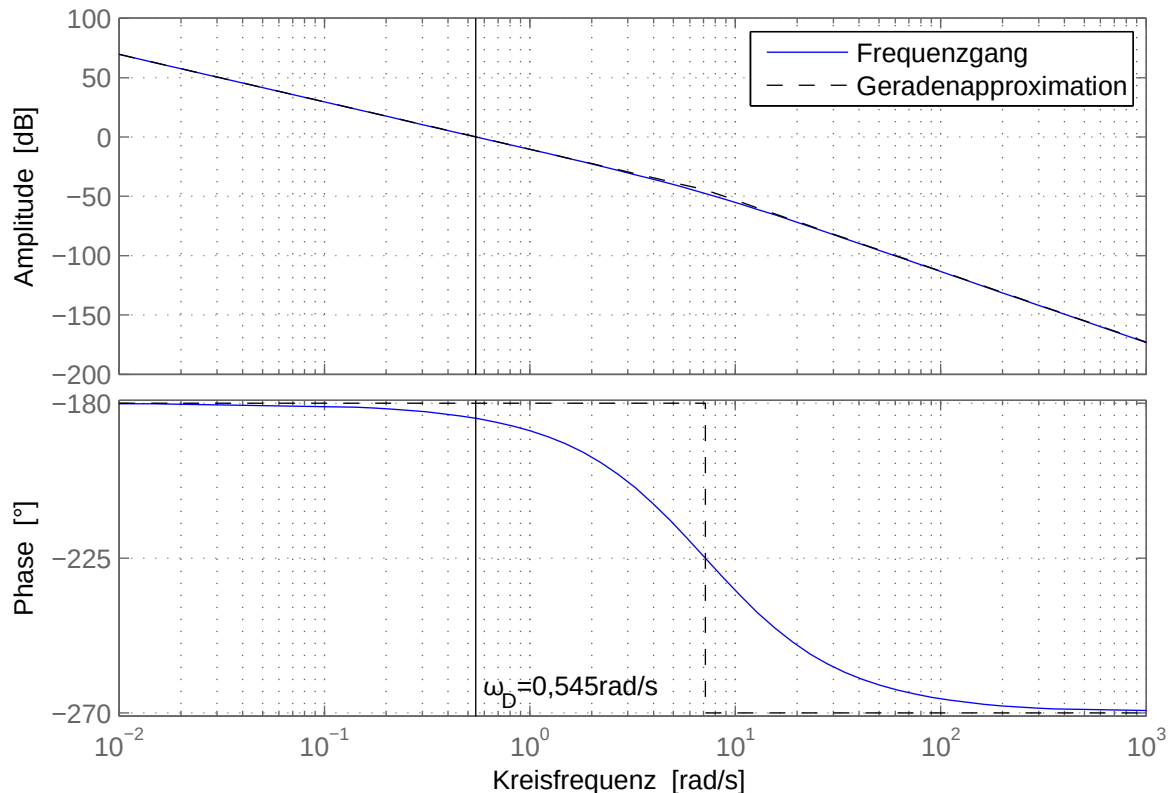


Abbildung 12: Bodediagramm der Regelstrecke (z-Richtung)

Um zu Klären, ob dafür ein P-, ein PD- oder ein PID-Regler notwendig ist, wird das Bodediagramm des Systems in Abbildung 12 betrachtet. Die Geradenapproximation ist wieder gestrichelt eingezeichnet, außerdem ist die Durchtrittsfrequenz ω_D durch eine senkrechte schwarze Linie markiert. (Als Durchtrittsfrequenz wird diejenige Kreisfrequenz bezeichnet, bei der der Amplitudengang die 0 dB-Linie von oben links nach unten rechts schneidet.) Laut Lutz und Wendt [LW12, S. 284] ist ein geschlossener Regelkreis stabil, wenn der Phasengang der offenen Kette bei der Durchtrittsfrequenz oberhalb von -180° verläuft. Wie im Bodediagramm zu erkennen, verläuft der Phasengang der Regelstrecke vollständig unter -180° , somit bedarf es für die Stabilisierung dieses Regelkreises eines Reglers, der den Phasengang anheben kann. Diese Forderung erfüllt ein Regler mit D-Anteil, wohingegen ein reiner P-Regler den Phasengang nicht verändert und ein PI-Regler ihn noch weiter absenkt. Es muss also wenigstens ein

PD-Regler verwendet werden. Ein analoger idealer PD-Regler ist nicht realisierbar. Er hat immer auch ein verzögerndes Verhalten. Außerdem reagiert das ideale differenzierende Verhalten stark auf Messrauschen. Aus diesem Grund wird ein PDT_1 -Regler verwendet.

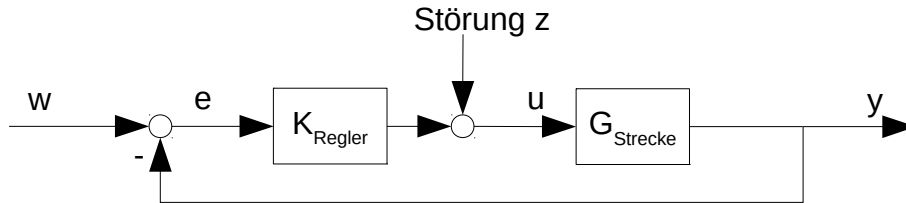


Abbildung 13: Blockschaltbild des Regelkreises mit Störung

Das nächste Regelungsziel, ist die Verhinderung einer bleibenden Regelabweichung. Dafür werden mithilfe von Abbildung 13 die Übertragungsfunktionen für das Führungs- und das Störverhalten aufgestellt:

$$G_{Führ} = \frac{G_{Strecke} \cdot K_{Regler}}{1 + G_{Strecke} \cdot K_{Regler}}, \quad (71)$$

$$G_{Stör} = \frac{G_{Strecke}}{1 + G_{Strecke} K_{Regler}}. \quad (72)$$

Das Führungs- und Störverhalten für große Zeiten wird für den vorgeschlagenen PDT_1 -Regler mit einer jeweils sprungförmigen Führungsgröße $w(t)$ bzw. Störgröße $z(t)$ mithilfe des Endwertsatzes der Laplace-Transformation aus Formel (5) untersucht. Für die Laplace-Transformierten der Führungs- und Störgröße gelte:

$$W(s) = Z(s) = H(s) = \frac{1}{s}. \quad (73)$$

Die Reglerübertragungsfunktion des PDT_1 -Reglers in multiplikativer Form lautet nach Lutz und Wendt [LW12, S. 146]:

$$K_{PDT_1} = K_P \cdot \frac{1 + T_V \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \quad \text{mit } T_V > T_1. \quad (74)$$

Mithilfe der Übertragungsfunktion der Strecke aus Formel (48) ergibt sich das Verhalten für einen Führungsgrößensprung von null auf eins mit PDT_1 -Regler zu (Führungsverhalten):

$$G_{Führ, PDT_1} = \frac{K_C K_M K_P (1 + T_V s)}{s^2 (1 + T_M s) (1 + T_1 s) + K_C K_M K_P (1 + T_V s)}. \quad (75)$$

Die Einheitssprungantwort für große Zeiten wird mithilfe des Endwertsatzes (5) bestimmt:

$$y_{Führ, PDT_1}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot W(s) \cdot G_{Führ, PDT_1}(s) = \frac{K_C K_M K_P}{K_C K_M K_P} = 1. \quad (76)$$

Es ist keine bleibende Regelabweichung für den Führungssprung von null auf eins vorhanden.

Zusätzlich soll eine von null auf eins springende Störgröße zu null ausgeregelt werden. Das Störverhalten mit PDT₁-Regler nach Formel (72) ist:

$$G_{Stör, PDT_1} = \frac{K_C K_M (1+T_1 s)}{s^2 (1+T_M s)(1+T_1 s) + K_C K_M K_P (1+T_V s)} \quad (77)$$

Die Antwort des Regelkreises auf eine sprungförmige Störung lautet also:

$$y_{Stör, PDT_1}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Z(s) \cdot G_{Stör, PDT_1}(s) = \frac{K_C K_M}{K_C K_M K_P} = \frac{1}{K_P} \quad (78)$$

Die Störung wird nicht vollständig ausgeregelt, sondern mit dem Reziproken des proportionalen Regleranteils K_P verstärkt. Ihr Einfluss kann somit durch eine große Reglerverstärkung verringert werden. Die physikalische Bedeutung der Störung ist die Abweichung der vorgegebenen Gasstellung von der tatsächlich zum Schweben benötigten Gasstellung. Eine solche Abweichung kann zum Beispiel durch eine nicht korrekt vorgegebene Schwebegasstellung, durch Absinken der Batteriespannung, zusätzliche Beladung oder durch von null verschiedene Nick- und Rollwinkel, wie sie zum Beschleunigen in x- und y-Richtung benötigt werden, auftreten. Die Störung ist relevant und sollte zu null ausgeregelt werden, weshalb dem Regler ein I-Anteil hinzugefügt wird.

Die Übertragungsfunktion dieses PIDT₁-Reglers in multiplikativer Form lautet nach Lutz und Wendt [LW12, S. 178]:

$$K_{PIDT_1} = K_P \cdot \frac{(1+T_N \cdot s)(1+T_V \cdot s)}{T_N \cdot s(1+T_1 \cdot s)} \quad (79)$$

Analog zum obigen Vorgehen wird die bleibende Regelabweichung für eine sprungförmige Führungs- und Störgröße bei Verwendung des PIDT₁-Reglers untersucht. Die Führungsübertragungsfunktion bleibt sehr ähnlich:

$$G_{Führ, PIDT_1} = \frac{K_C K_M K_P (1+T_V s)(1+T_N s)}{s^3 T_N (1+T_M s)(1+T_1 s) + K_C K_M K_P (1+T_V s)(1+T_N s)} \quad (80)$$

Somit existiert für den Führungssprung weiterhin keine bleibende Regelabweichung:

$$y_{Führ, PIDT_1}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot W(s) \cdot G_{Führ, PIDT_1}(s) = \frac{K_C K_M K_P}{K_C K_M K_P} = 1 \quad (81)$$

Die Störübertragungsfunktion bekommt durch den I-Anteil des Reglers eine weitere reelle Nullstelle $s_N=0$:

$$G_{Stör, PIDT_1} = \frac{K_C K_M s(1+T_1 s)(1+T_N s)}{s^3 T_N (1+T_M s)(1+T_1 s) + K_C K_M K_P (1+T_V s)(1+T_N s)} \quad (82)$$

Dadurch wird die sprungförmige Störung für große Zeiten vollständig ausgeregelt:

$$y_{Stör, PIDT_1}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Z(s) \cdot G_{Stör, PIDT_1}(s) = \frac{0}{K_C K_M K_P} = 0 \quad (83)$$

Zur Verhinderung bleibender Regelabweichungen für die Führungs- und Störgröße ist ein integraler Anteil im Regler notwendig. Dieser integrale Anteil senkt den Phasengang der offenen Kette ab. Im Bereich der Durchtrittskreisfrequenz muss der Phasengang aber angehoben werden, um die Stabilität des geschlossenen Kreises zu gewährleisten. Aus diesem Grunde muss der phasenanehebende D-Anteil in diesem Bereich wirken und der I-Anteil darf hier nur geringen Einfluss haben.

Zur Höhenregelung wird, den Erkenntnissen aus diesem Kapitel entsprechend, ein PIDT₁-Regler verwendet, der im folgenden Kapitel ausgelegt wird.

2.3.2 Auslegung des Höhenreglers 1 per Loopshaping ($\varphi_{Res}=50^\circ$)

In diesem Kapitel wird das in Kapitel 2.1.3 beschriebene Loopshaping-Verfahren angewendet, um den Höhenregler zu parametrisieren. Dabei wird nach der Beschreibung von Lutz und Wendt [LW12, S. 286ff.] vorgegangen. Insbesondere die Formeln für die Auslegung des DT₁-Anteils sind dort entnommenen.

Zuerst wird das gewünschte Verhalten des geschlossenen Regelkreises vorgegeben. Da vorerst nur der PDT₁-Anteil des Reglers eingestellt wird, können zwei Eigenschaften vorgegeben werden: Hier wird die Phasenreserve $\varphi_{Res,soll}=50^\circ$ bzw. das daraus resultierende maximale Überschwingen mit $\ddot{u}=18,1\%$ und die Zeit bis zum maximalen (ersten) Überschwingen mit $t_{max}=1$ s gewählt. Phasenreserve bzw. Überschwingen sind ein Kompromiss zwischen Führungs- und Störverhalten. Mit den von Lutz und Wendt [LW12, S. 300] angegebenen Formeln lassen sich daraus die angestrebte Dämpfung

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\ln(\ddot{u})}\right)^2}} = 0,478, \quad (84)$$

die Phasenreserve

$$\varphi_{Res,soll} = \arctan \left\{ 2 \frac{D}{\sqrt{-2D^2 + \sqrt{4D^4 + 1}}} \right\} = 50^\circ, \quad (85)$$

die Kennkreisfrequenz

$$\omega_0 = \frac{\pi}{t_{max} \cdot \sqrt{1 - D^2}} = 3,576 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (86)$$

und die Durchtrittskreisfrequenz

$$\omega_{D,soll} = \omega_0 \cdot \sqrt{-2D^2 + \sqrt{4D^4 + 1}} = 2,867 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (87)$$

bestimmen.

Höhenregelung

Im ersten Schritt wird mithilfe des Verstärkungsfaktors \tilde{K}_p die Durchtrittskreisfrequenz eingestellt. Dafür wird aus Abbildung 14 die Amplitude an der Solldurchtrittskreisfrequenz abgelesen: $A(\omega_{D,soll}) = -29,46$ dB. Der Amplitudengang muss dementsprechend um 29,46 dB angehoben werden. Der dafür notwendige Verstärkungsfaktor ist:

$$\tilde{K}_p = 10^{\left(\frac{29,46}{20}\right)} = 29,72 \quad (88)$$

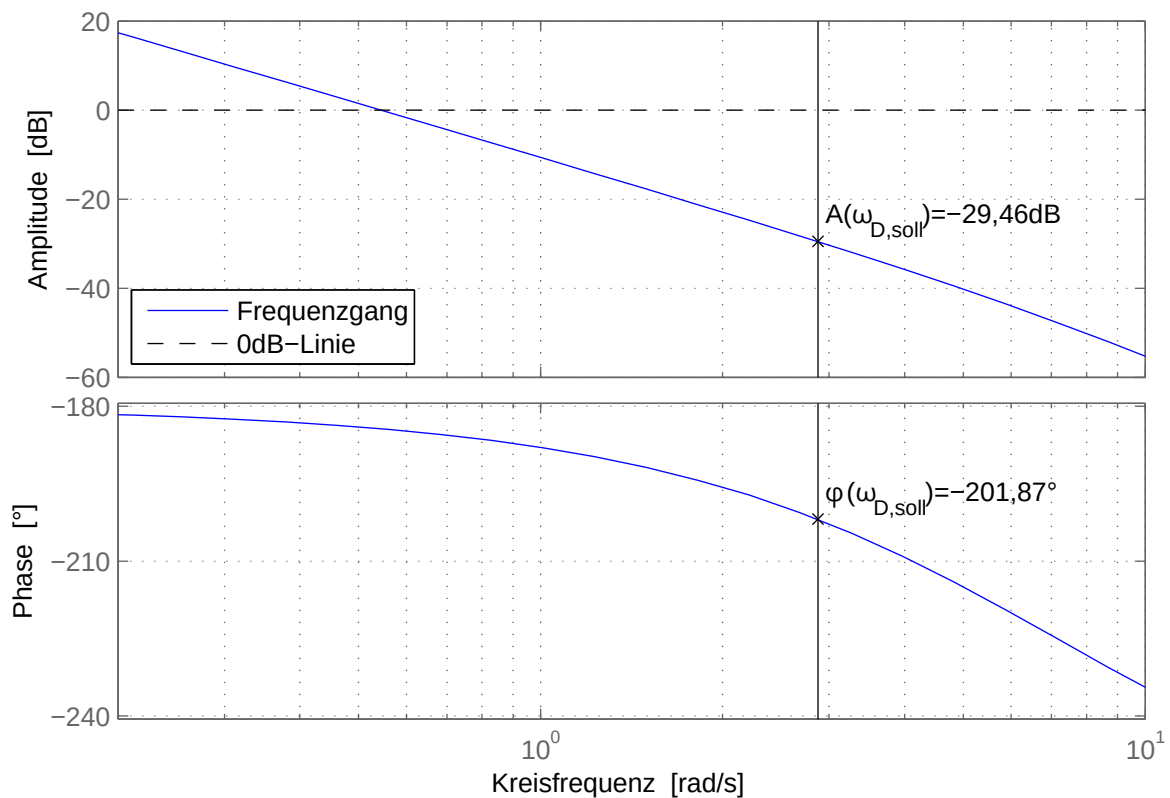


Abbildung 14: Bodediagramm der Regelstrecke Ausschnitt Solldurchtrittskreisfrequenz

Im zweiten Schritt soll das Stabilitätskriterium erfüllt werden. Dafür muss der Phasengang im Bereich der neuen Durchtrittskreisfrequenz auf den Wert der Sollphasenreserve angehoben werden. Da der Phasengang durch Einfügen der Verstärkung \tilde{K}_p nicht verändert wird, kann die nötige Phasenhebung nach Ablesen der Phase $\varphi(\omega_{D,soll}) = -201,87^\circ$ an der Stelle der Solldurchtrittskreisfrequenz und nach Berechnen der Phasenreserve

$$\varphi_{Res,ist} = 180^\circ + \varphi(\omega_{D,soll}) = -21,87^\circ \quad (89)$$

bestimmt werden:

$$\varphi_{anh} = \varphi_{Res,soll} - \varphi_{Res,ist} = 71,87^\circ \quad (90)$$

Diese Phasenhebung wird mithilfe eines DT_1 -Gliedes (Formel (91)) erreicht, dessen Parameter T_V und T_1 so angepasst werden, dass seine maximale Phasenhebung φ_{anh} entspricht und bei der Solldurchtrittskreisfrequenz wirkt (siehe dazu auch Abbildung 15):

$$K_{DT_1} = \frac{1 + T_V s}{1 + T_1 s} \quad (91)$$

Dazu wird der Anhebungsfaktor berechnet:

$$m_{anh} = \frac{1 + \sin(\varphi_{anh})}{1 - \sin(\varphi_{anh})} = 39,285 \quad (92)$$

Mit dem wiederum die Parameter T_V und T_1 bestimmt werden:

$$T_V = \frac{\sqrt{m_{anh}}}{\omega_{D,soll}} = 2,186 \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{1}{\omega_{D,soll} \cdot \sqrt{m_{anh}}} = 0,0556 \quad (93)$$

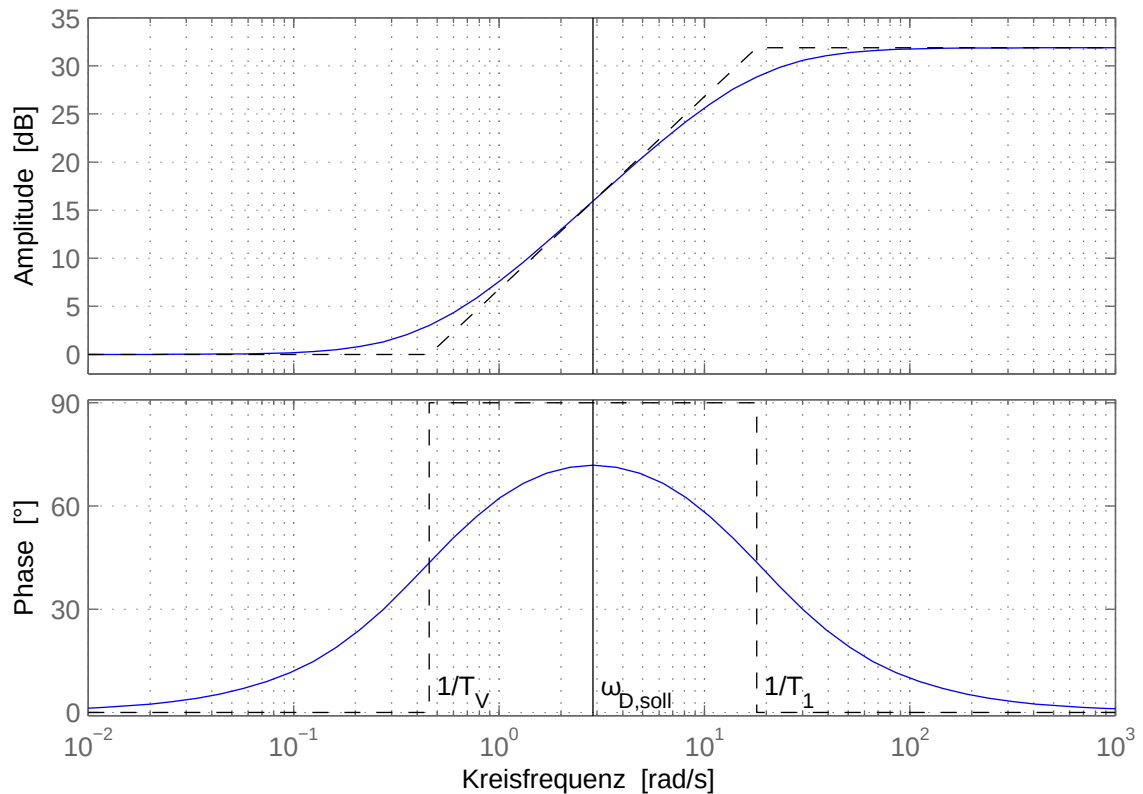


Abbildung 15: Bodediagramm eines DT_1 -Gliedes

Aufgrund der im Bild erkennbaren Beeinflussung des Amplitudenganges und der daraus resultierenden Änderung der Durchtrittskreisfrequenz muss die Verstärkung korrigiert werden:

$$K_P = \frac{\tilde{K}_P}{\sqrt{m_{anh}}} = 4,741 \quad (94)$$

Das Ergebnis des zweiten Schrittes ist ein PDT_1 -Regler:

$$K_{PDT_1} = K_P \cdot \frac{1+T_V s}{1+T_1 s} = 4,741 \cdot \frac{1+2,186 s}{1+0,0556 s} \quad (95)$$

Das Bodediagramm der offenen Kette bestehend aus Regelstrecke und PDT_1 -Regler ist in Abbildung 16 zu sehen.

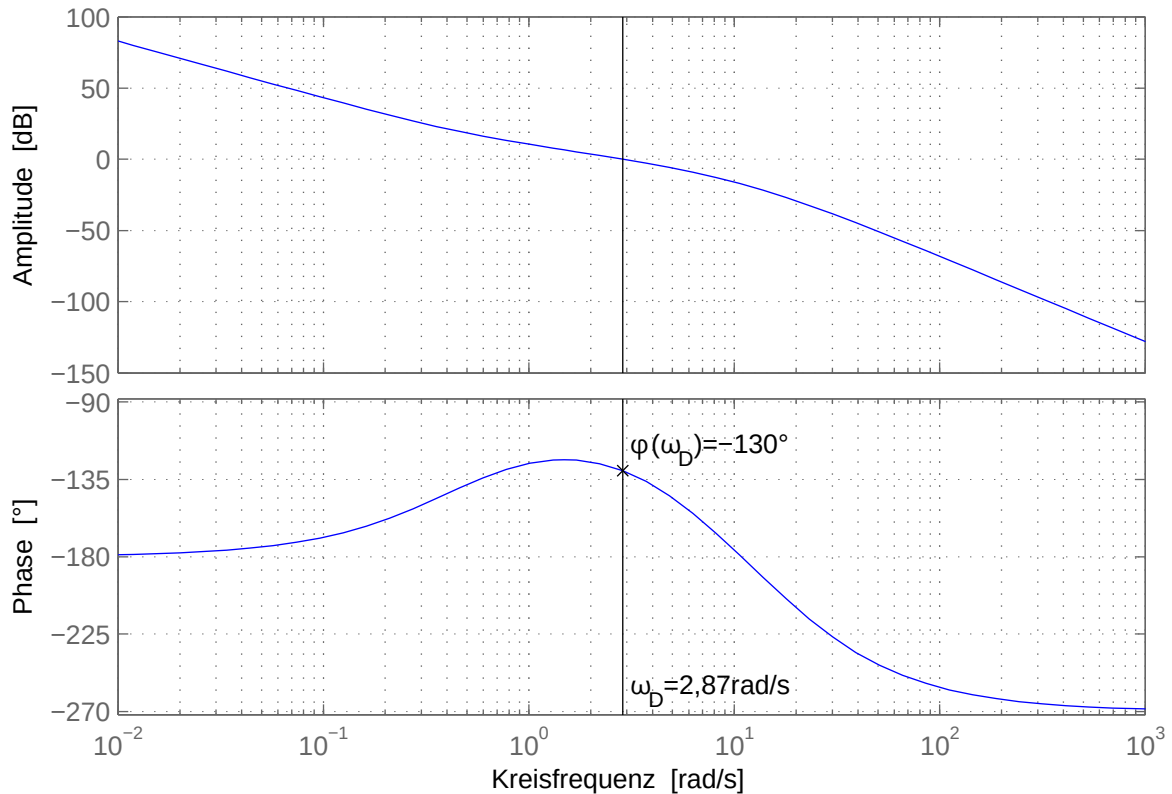


Abbildung 16: Bodediagramm der offenen Kette mit PDT_1 -Regler

Die Anforderungen an die Durchtrittskreisfrequenz

$$\omega_{D, PDT_1} = 2,87 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx \omega_{D, \text{soll}} = 2,867 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad (96)$$

und die Phasenreserve

$$\varphi_{Res, PDT_1} = 180^\circ - 130^\circ = 50,0^\circ = \varphi_{Res, \text{soll}} \quad (97)$$

können mit diesem Regler erfüllt werden.

Im vorhergehenden Kapitel ist beschrieben, dass für das vollständige Ausregeln von Störungen ein I-Anteil im Regler benötigt wird. Dieser wird im dritten Schritt eingefügt. Seine Übertragungsfunktion lautet:

$$K_I = \frac{1+T_N s}{T_N s} \quad (98)$$

Höhenregelung

Der zugehörige Frequenzgang ist in Abbildung 17 zu sehen. Der I-Anteil kann nur eingefügt werden, wenn seine Zeitkonstante T_N groß genug ist. Sonst würde durch Anhebung des Amplituden- und Absenkung des Phasengangs die Stabilität gefährdet. Der integrale Anteil im Regler sollte also so langsam sein, dass er den Frequenzgang der offenen Kette im Bereich der Durchtrittskreisfrequenz möglichst wenig beeinflusst. Dies genügt, um niederfrequente Störungen wie den Abfall der Batteriespannung auszugleichen. Die Veränderung der Neigung des Quadropters zwecks Beschleunigung in x- und y-Richtung ist eine höherfrequente Störung, deren Einfluss durch die Verstärkung verringert werden kann. Dies wird in den Kapiteln 2.3.5 und 2.3.6 genauer untersucht.

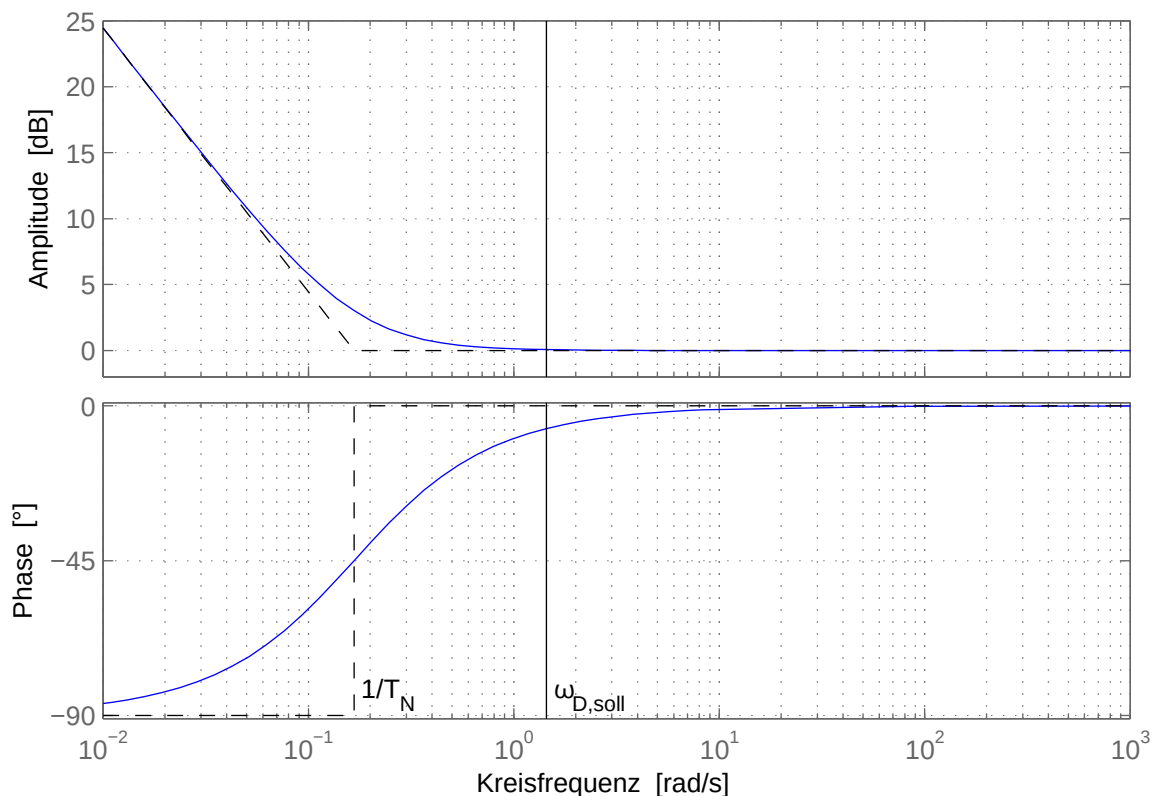


Abbildung 17: Bodediagramm eines I-Gliedes für $T_N=6$

Die Zeitkonstante wird gewählt als:

$$T_N = 6. \quad (99)$$

Daraus folgt die Reglerübertragungsfunktion des Höhenreglers 1:

$$K_{PIDT_1, H1} = K_P \cdot \frac{(1+T_N s)(1+T_V s)}{T_N s(1+T_1 s)} = 4,741 \cdot \frac{(1+6s)(1+2,186s)}{6s(1+0,0556s)}. \quad (100)$$

Das resultierende Bodediagramm der offenen Kette ist in Abbildung 18 zu sehen. Die Phasenreserve hat sich durch das Einfügen des I-Anteils um $3,3^\circ$ verringert, was die Stabilität nicht beeinflusst:

$$\varphi_{Res, PIDT_1} = 180^\circ - 133,3^\circ = 46,7^\circ \quad (101)$$

Eine Auflistung der Reglerparameter befindet sich in Tabelle 7.

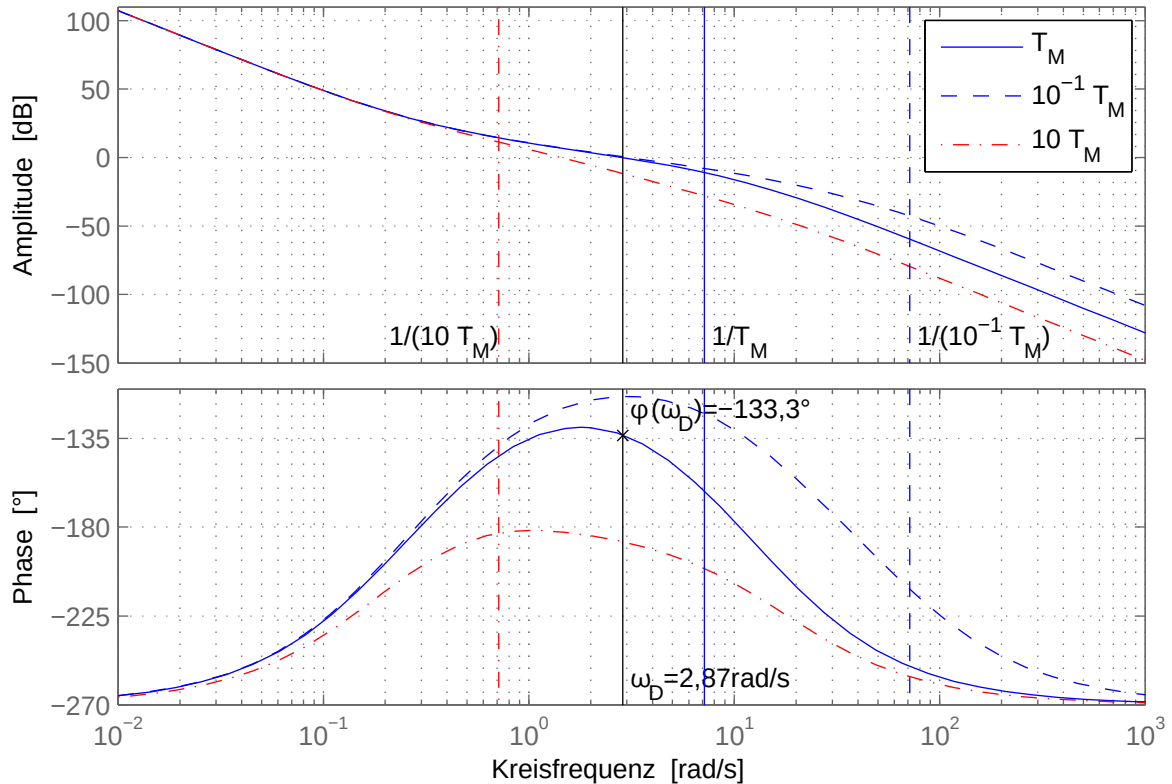


Abbildung 18: Bodediagramm der offenen Kette mit $PIDT_1, H1$ -Regler ($\varphi_{Res} = 50^\circ$)

2.3.3 Exkurs: Einfluss der Motorzeitkonstante auf die Stabilität

Die Zeitkonstante sollte im Zweifelsfall als obere Grenze eher langsamer als zu schnell abgeschätzt werden. Das bedeutet, der Regler weist eine höhere Robustheit auf, wenn er für eine bestimmte Motorzeitkonstante entworfen wurde und der Wert der tatsächlichen Zeitkonstante etwas niedriger ist, der Antrieb also schneller reagiert. In Abbildung 18 ist beispielhaft der Frequenzgang der offenen Kette mit einer um den Faktor 10 schnelleren, also kleineren, Motorzeitkonstante blau gestrichelt eingezeichnet. Der Amplitudengang ändert sich erst nach der zur ursprünglichen Durchtrittskreisfrequenz deutlich, weshalb diese kaum verändert wird. Der Phasengang ändert sich zwar schon früher, er wird jedoch angehoben, was bei diesem System keinen negative Einfluss auf die Stabilität hat und die Phasenreserve sogar erhöht. Andersherum würde eine tatsächlich deutlich langsamere Motorzeitkonstante den Phasengang absenken und zu Instabilität führen, wie an der rot gestrichelten Kurve zu erkennen ist. Weitere Unter-

suchungen anhand der Sprungantworten des linearen Systems und in der Realität ergaben, dass eine für den Reglerentwurf zu schnell angesetzte Motorzeitkonstante außerdem ein schwingendes Verhalten der geschlossenen Kette hervorruft.

2.3.4 Höhenregler 2 mit Auslegung auf besseres Störverhalten ($\varphi_{Res}=30^\circ$)

Der in Kapitel 2.3.2 ausgelegte Höhenregler 1 ist mit einer Sollphasenreserve von 50° ein Kompromiss zwischen Führungs- und Störverhalten. Dieser Regler kann auch Veränderungen des Bodens, zum Beispiel bei Überfliegen eines Kartons, folgen, ohne zu schwingen. Da der Höhenregler den Quadrokopter aber primär auf einer festen vorgegebenen Höhe halten soll, ist es auch möglich, einen stärkeren Fokus auf das Störverhalten zu legen. Dafür wird ein weiterer Regler mit einer Sollphasenreserve von $\varphi_{Res,soll}=30^\circ$ bei gleichbleibender Zeit bis zum ersten Überschwingen $t_{max}=1$ s und gleicher Nachstellzeitkonstante $T_N=6$ ausgelegt.

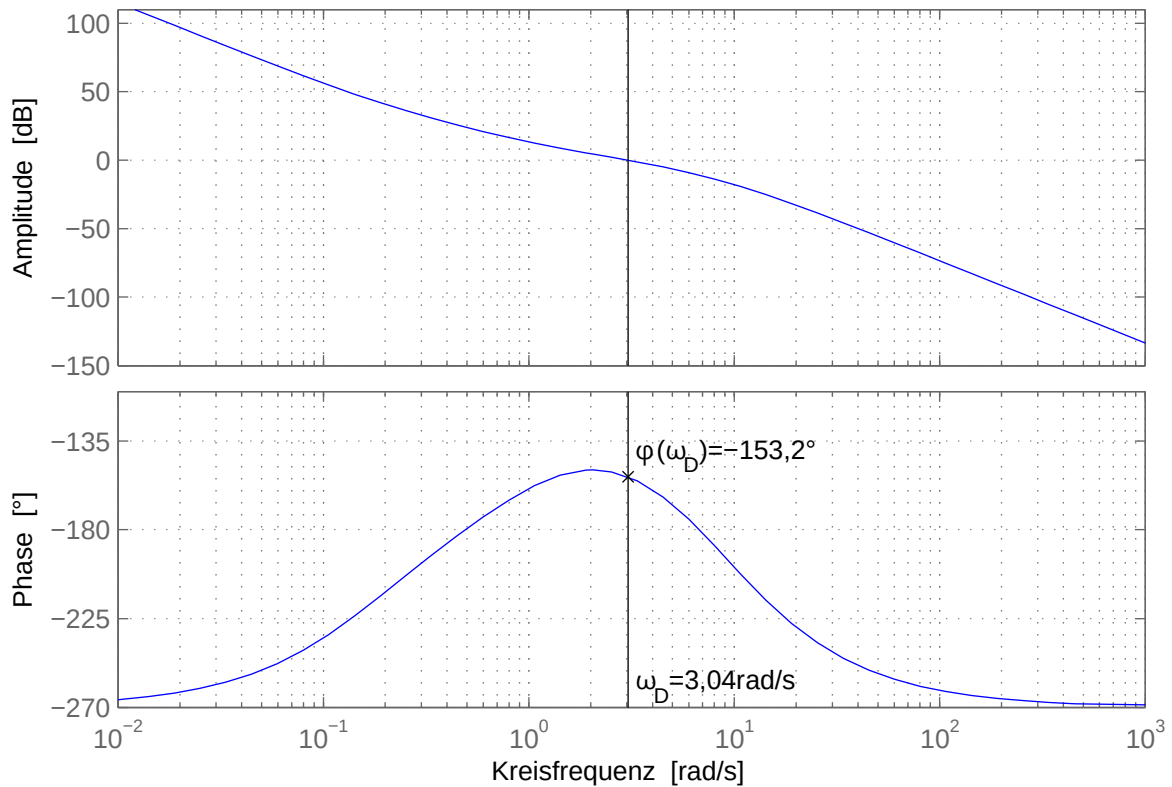


Abbildung 19: Bodediagramm der offenen Kette mit $PIDT_{1,H2}$ -Regler ($\varphi_{Res}=30^\circ$)

Die Auslegung erfolgt analog zu Kapitel 2.3.2. Die Phasenreserve beträgt nach Einfügen des I-Anteil $26,8^\circ$. Das Ergebnis ist der Höhenregler 2:

$$K_{PIDT_{1,H2}} = K_P \cdot \frac{(1+T_N s)(1+T_V s)}{T_N s(1+T_I s)} = 11,223 \cdot \frac{(1+6 s)(1+0,9853 s)}{6 s(1+0,1102 s)} \quad (102)$$

In der folgenden Tabelle 7 sind die Reglerparameter des Höhenreglers 2 im Vergleich zum Höhenregler 1 aufgelistet.

Höhenregelung

	Höhenregler 1 ($\varphi_{Res}=50^\circ, t_{max}=1\text{ s}$)	Höhenregler 2 ($\varphi_{Res}=30^\circ, t_{max}=1\text{ s}$)
Proportionalverstärkung	$K_p=4,741$	$K_p=11,223$
Vorhaltzeitkonstante	$T_V=2,186$	$T_V=0,9853$
Verzögerungszeitkonstante	$T_I=0,0556$	$T_I=0,1102$
Nachstellzeitkonstante	$T_N=6$	$T_N=6$

Tabelle 7: Parameter der beiden $PIDT_1$ -Höhenregler 2

2.3.5 Sprungantworten des linearen Regelkreises mit Höhenregler 1 und 2

In den beiden vorhergehenden Kapiteln wurden zwei Reglerparametersätze synthetisiert. Diese Parameter werden nun anhand der Sprungantworten des linearen Systems miteinander verglichen. Dafür werden mithilfe der Führungsübertragungsfunktion aus Formel (80) und der Störübertragungsfunktion aus Formel (82) in MATLAB die entsprechenden Sprungantworten simuliert.

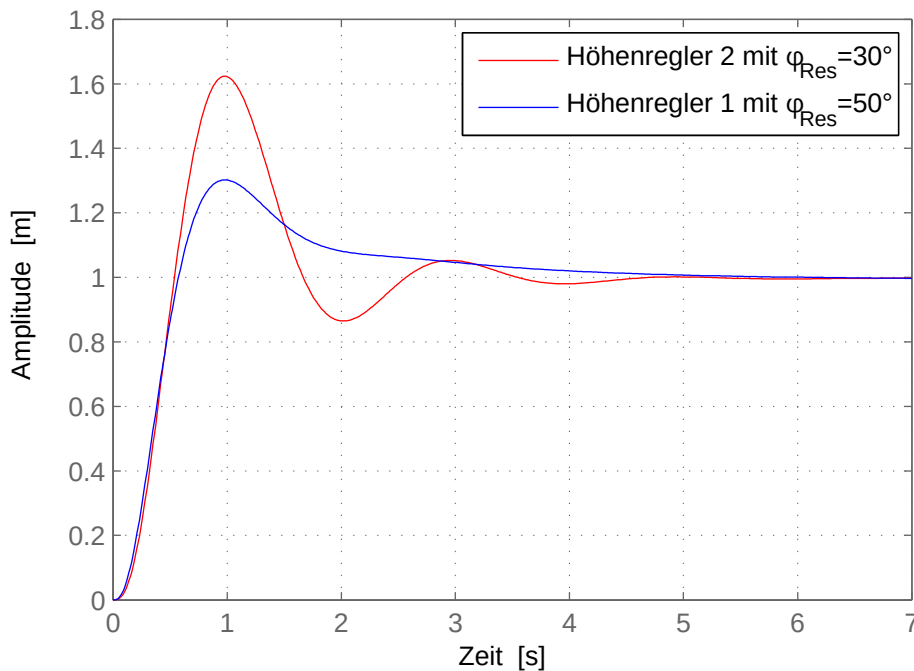


Abbildung 20: Führungssprungantwort des linearen Regelkreises (z-Richtung)

In Abbildung 20 ist die Antwort des geschlossenen Regelkreises auf einen Führungssprung von 0 auf 1m zu sehen. Durch das Loopshaping wurde das vorgegebene Überschwingen von 18,6 % nicht erreicht, der geschlossene Kreis schwingt um 30 % über. Regler 2 weist erwartungsgemäß ein schlechteres Führungsverhalten auf. Er schwingt mit 62 % deutlich stärker über und auch länger nach.

In Abbildung 21 sind die Antworten auf einen Störgrößensprung von 0 auf 1 % zu sehen. Regler 2 zeigt ein besseres Störverhalten. Seine maximale Sollwertabweichung von 7,7 cm ist um knapp 40 % geringer als die 12,7 cm von Regler 1. Die Zeit, bis sich das System nur noch maximal 1 cm vom Sollwert entfernt beläuft sich auf 14,0 s statt 20,9 s.

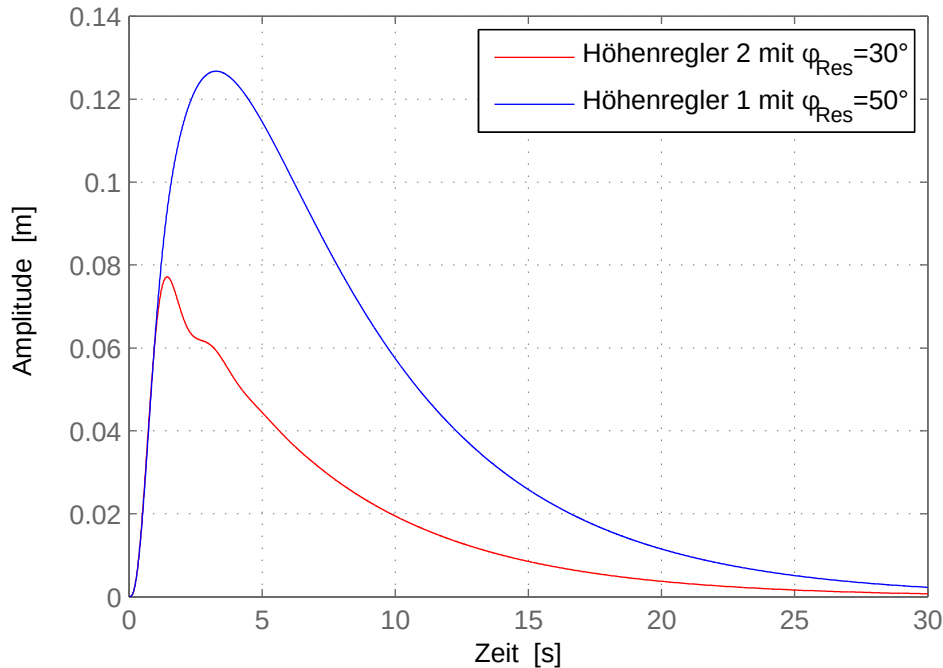


Abbildung 21: Störungssprungantwort des linearen Regelkreises (z-Richtung)

Zum besseren Verständnis der Bedeutung der Störsprungantwort, wird diese am Beispiel von Regler 1 kurz erläutert: Es handelt sich hierbei um die Reaktion des Systems auf eine sprungförmige Abweichung von der Schwebegasstellung um ein Prozent. Das heißt, wenn die Gasstellung sprunghaft um ein Prozent vom Ruhegas abweicht, verlässt der Quadrocopter seine Ruhelage um maximal 12,7 cm. Als praktisches Beispiel sei hier die Neigung des Quadrocopters um Nick- oder Rollachse um 10° genannt. Dabei sinkt der Schub in z-Richtung analog zu Formel (25) um:

$$\Delta F = (1 - \cos \{10^\circ\}) \cdot F_{M,SS} = (1 - \cos \{10^\circ\}) \cdot 0,7063 \text{ N} = 0,0107 \text{ N} . \quad (103)$$

Mithilfe der Antriebsverstärkung wird aus diesem Wert die Bedeutung für die Gasstellung berechnet:

$$\Delta Th = \frac{\Delta F}{K_M} = \frac{0,0107 \text{ N}}{2,146 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \%^{-1}} = 0,50 \% . \quad (104)$$

Da das System linear ist, weicht der Quadrocopter also bei einer sprungförmigen Neigung von 10° um maximal 6,35 cm von seiner Ruhelage ab. Dies entspricht bei einer Sollflughöhe von 80 cm einer Abweichung um knapp 8 %. Da die Neigung in der Realität nicht sprungförmig auftritt, sollte die tatsächliche Abweichung etwas geringer ausfallen. Die für diese Arbeit als maximal zulässig vorgegebene Neigung beträgt 10° , deshalb erfüllt dieser Parametersatz

die Anforderungen. Selbst wenn der Quadrokopter um Nick- und Rollachse zeitgleich um 10° geneigt wird, beträgt die Abweichung von der Gasstellung ca. 0,99 %, was eine Auslenkung um maximal 12,6 cm zur Folge hat.

2.3.6 Simulative Evaluation der Höhenregler anhand des vollständigen Systems

Für weitergehende Untersuchungen wurde der Regelkreis mit den vollständigen Differentialgleichungen von Antrieb und Chassis mit den beiden entworfenen PIDT₁-Reglern in MATLAB Simulink implementiert. Dabei wurde eine Stellgrößenbeschränkung für die Gasstellung von 20 % bis 80 % eingeführt, damit der unterlagerten Lageregelung genügend Reserven vorbehalten bleiben.

Bei der in Abbildung 22 dargestellten Simulation wird zuerst 30 s abgewartet, damit sich Regler und Antrieb einschwingen. Dann springt die Führungsgröße auf 80 cm. Nach 60 s wird der Quadrokopter um 10° geneigt und nach insgesamt 90 s springt die Führungsgröße von 80 cm auf 40 cm. In Abbildung 23 finden sich Vergrößerungen von den relevanten Bereichen.

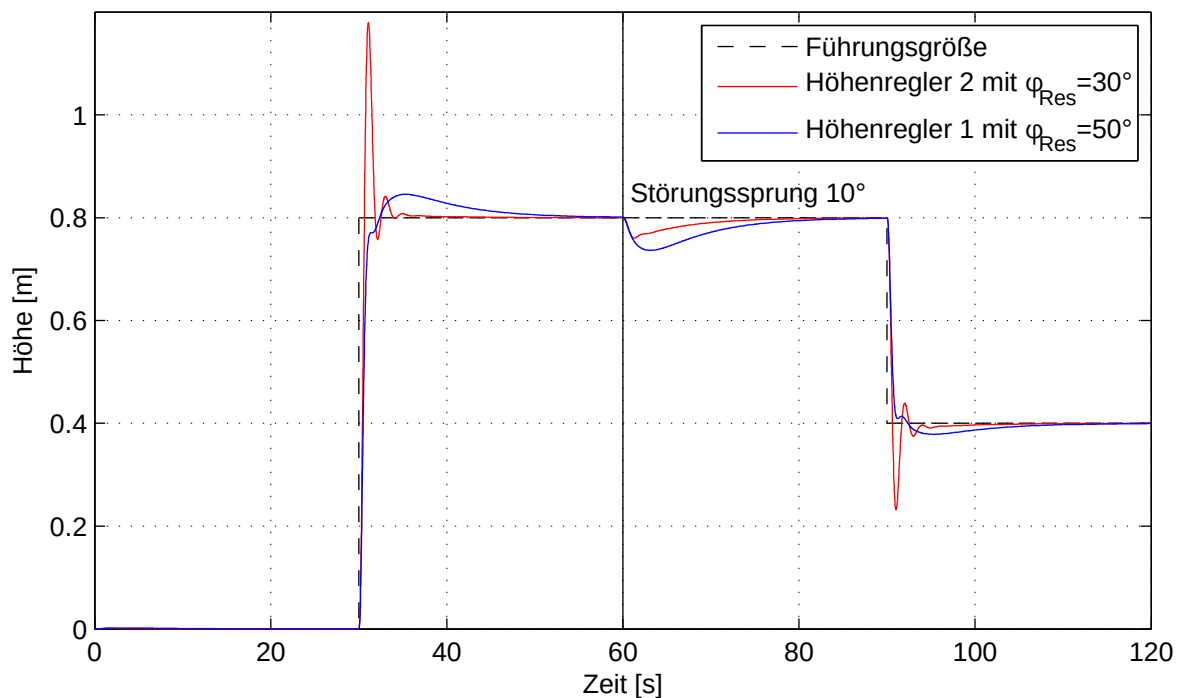


Abbildung 22: Evaluation am nichtlinearen System (z-Richtung)

In der Simulation liefert der Antrieb direkt zu Beginn den nötigen Ruhelagenschub. Außerdem ist die Ruhelagensgasstellung exakt eingestellt. Bei dem Führungssprung um 80 cm verursacht Regler 1 ein Überschwingen von knapp 4,6 cm, was einem normierten Überschwingen von 5,7 % entspricht. Regler 2 schwingt stärker, nämlich um 37,9 cm über. Dies entspricht einem normierten Überschwingen von 47,4 % und ist in beiden Fällen deutlich niedriger als bei dem linearen System. Dies hängt vor allem mit der Stellgrößenbeschränkung zusammen. Bei dem

Höhenregelung

Führungssprung von -40 cm beträgt das normierte Überschwingen für Regler 1 5,25 % und für Regler 2 4,20 %. Regler 1 weist ein besseres Führungsverhalten als Regler 2 auf, da er weniger überschwingt.

Beim Störverhalten verhält es sich andersherum: Die Neigung um 10° verursacht bei Regler 1 einen kurzzeitigen Höhenverlust von ca. 6,4 cm, der nach etwa 16,4 s wieder auf 1 cm reduziert wurde. Bei Regler 2 beläuft sich der Höhenverlust auf 4,0 cm und er ist nach 10 s auf 1 cm ausgeregelt. Regler 2 weist also auch beim vollständigen Modell ein besseres Störverhalten als Regler 1 auf, da er die Störung schneller kompensiert.

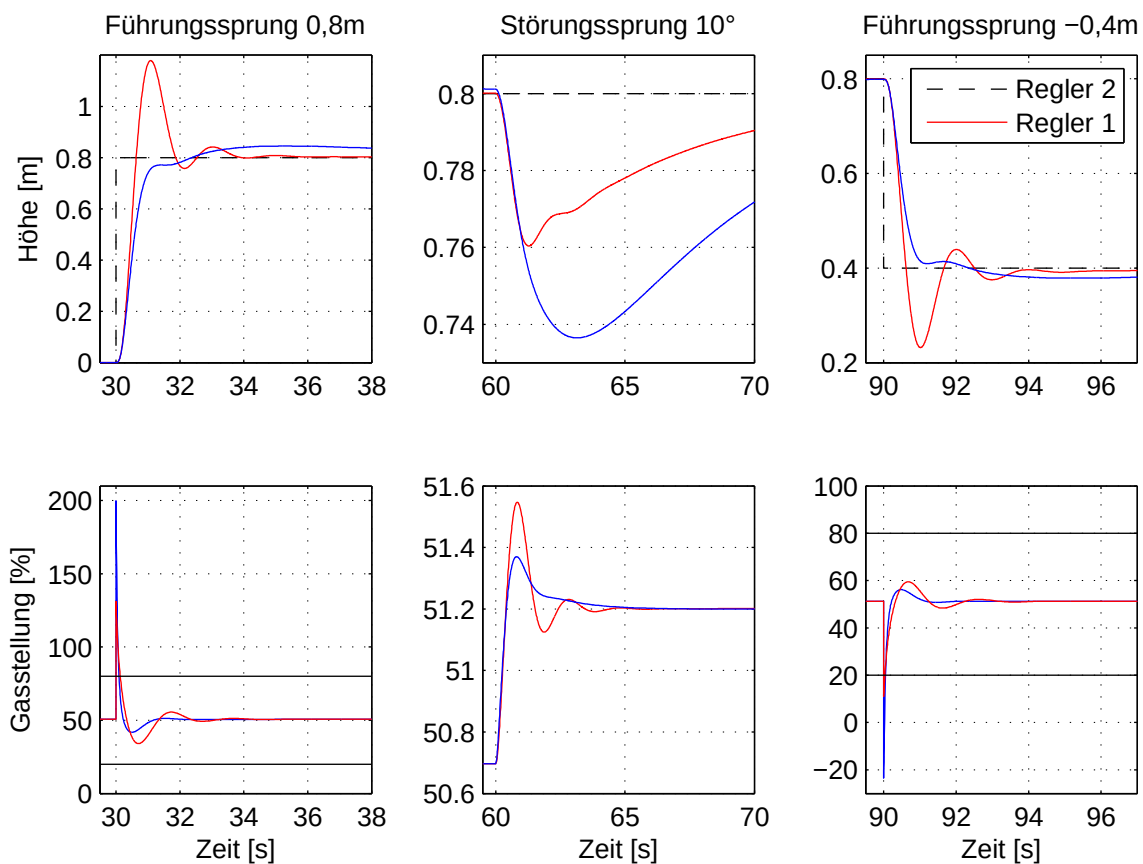


Abbildung 23: Evaluation am nichtlinearen System: Ausschnitte der relevanten Stellgrößen

Bei der Betrachtung der Stellgrößen (siehe Abbildung 23) ist beim Führungssprung von 0 auf 0,8 m zu erkennen, dass der differentielle Anteil von Regler 1 die Gasstellung weit in die Stellgrößenbeschränkung hinein treibt, sie aber auch schnell wieder verringert. Regler 2 geht nicht so stark in die Begrenzung, reduziert den Schub aber langsamer wieder, was letztendlich zu einem höheren Überschwingen führt. Für den Führungssprung von -0,4 m ist das Verhalten analog. Beim Störungssprung von 0 auf 10° verursacht die größere Verstärkung von Regler 2 eine höhere Stellgröße und damit einen geringeren Höhenverlust. Insgesamt ist festzustellen, dass Regler 2 stärker schwingt.

Das Führungsverhalten ist bei dem vollständigen Modell besser bezüglich des Überschwingens als beim linearen Modell und ist für den Testflug geeignet. Anhand der Störung, die einer plötzlichen Abweichung von der Ruhelagengasstellung um lediglich 0,5 % entspricht, lässt sich jedoch feststellen, dass für die Funktion des Reglers die genaue Ermittlung und Einstellung der Ruhelagengasstellung sehr wichtig ist. Eine Abweichung um mehrere Prozent ist unzulässig und führt zu langer Einschwingzeit des Reglers, die jedoch leicht in einem Absturz enden könnte.

Das Störverhalten entspricht in etwa dem linearen Modell, was darauf zurückzuführen ist, dass beide Regler innerhalb der Stellgrößenbeschränkung bleiben, die Abweichungen von der Schwebegasstellung vergleichsweise gering sind und der Luftwiderstand bei diesen kurzen Beschleunigungsstrecken faktisch keine Rolle spielt.

2.3.7 Vorbereitung der Implementierung des Höhenreglers: Diskretisierung

Der entworfene kontinuierliche Regelalgorithmus wird in diesem Kapitel in eine diskrete Differenzgleichung, wie sie für die Implementierung auf dem Mikrocontroller des FINken II benötigt wird, umgewandelt. Diese Umwandlung ist möglich, wenn die Abtastzeit T des Reglers klein genug, bzw. die Abtastfrequenz $f = T^{-1}$ hoch genug ist. Für die Umwandlung wird im ersten Schritt die z-Übertragungsfunktion des Reglers per Tustin-Formel approximiert [LW12, S. 655]:

$$s = \frac{2 \cdot (z - 1)}{T \cdot (z + 1)} \quad (105)$$

Vorerst wird jedoch geprüft, wie hoch die Abtastrate sein muss, damit die Umwandlung in einen diskreten Regler zulässig ist.

Laut Lunze [Lu13, S. 527] liefert die Approximation gute Ergebnisse, wenn gilt:

$$\frac{2\pi}{T} = 2\pi f > 20 \cdot \omega_{Gr} \Leftrightarrow f > \frac{10}{\pi} \cdot \omega_{Gr} \quad (106)$$

Die Grenzfrequenz ω_{Gr} ist dabei die Kreisfrequenz, bei der sich die Energie des Ausgangssignals im Vergleich zum statischen Fall halbiert [Lu10, S. 288]. Das bedeutet:

$$|G(j\omega_{Gr})|^2 = \frac{1}{2} |G(0)|^2 \quad (107)$$

Durch die logarithmische Darstellung im Bodediagramm folgt daraus:

$$A(\omega_{Gr}) = 20 \log(|G(0)|) - 20 \log(\sqrt{2}) \approx A(0) - 3,01 \text{ dB} \quad (108)$$

Die Amplitude im statischen Fall ist 0 dB und die Grenzfrequenz kann im Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion deshalb dort abgelesen werden, wo die Amplitude -3,01 dB beträgt (das Bodediagramm des geschlossenen Kreises mit Regler 1 befindet sich im Anhang C in Abbildung 33). Die Grenzfrequenz mit Regler 1 beträgt:

$$\omega_{Gr, H1} = 5,21 \frac{\text{rad}}{\text{s}} . \quad (109)$$

Mithilfe von Formel (106) wird die für gute Approximationsergebnisse minimal notwendige Abtastfrequenz bzw. maximale Abtastzeit für Höhenregler 1 berechnet:

$$f_{min, H1} = 16,58 \text{ Hz} \Leftrightarrow T_{max, H1} = 0,0603 \text{ s} . \quad (110)$$

In MATLAB Simulink können mit dem diskreten Regler 1 annähernd gleichbleibende Ergebnisse bis zu einer Abtastrate von 10 Hz simuliert werden. Der Höhenregler des FINken II arbeitet mit einer Frequenz von 30 Hz, was den Anforderungen entspricht.

Die Grenzfrequenz mit Höhenregler 2 beträgt (siehe Anhang C, Abbildung 34):

$$\omega_{Gr, H2} = 5,46 \frac{\text{rad}}{\text{s}} . \quad (111)$$

Die entsprechende minimale Abtastfrequenz bzw. maximale Abtastzeit haben folgende Werte:

$$f_{min, H2} = 17,38 \text{ Hz} \Leftrightarrow T_{max, H2} = 0,0575 \text{ s} . \quad (112)$$

Die Simulation mit Regler 2 ergibt ebenfalls bis zu einer Abtastfrequenz von 10 Hz herab ähnliche Ergebnisse, wobei das maximale Überschwingen allerdings von 1,2 m auf 1,3 m steigt.

Nachdem die Betrachtungen zur Abtastfrequenz abgeschlossen sind, wird nun die Approximation der z-Übertragungsfunktion durchgeführt. Die in diesem ersten Umwandlungsschritt verwendete z-Transformation übernimmt die gleiche Funktion für diskrete Signale, wie die Laplace-Transformation für die kontinuierlichen Signale. Eine ausführliche Beschreibung findet sich im Buch von Lunze [Lu13, S. 485ff.]. Die Umwandlung erfolgt approximativ mithilfe der Tustin-Formel (105), welche die kontinuierliche Integration trapezoidal annähert. Mit ihrer Hilfe wird die Frequenzvariable s in der Reglerübertragungsfunktion aus Formel (79) substituiert und das Ergebnis in folgender Form dargestellt (die vollständigen Umformungen befinden sich im Anhang C):

$$U(z) + a_1 z^{-1} U(z) + a_0 z^{-2} U(z) = b_2 E(z) + b_1 z^{-1} E(z) + b_0 z^{-2} E(z) . \quad (113)$$

Dabei ist $E(z)$ die z-Transformation des Regelfehlers und $U(z)$ die z-Transformation des Reglerausgangs und damit des Systemeingangs. Mithilfe des Rechtsverschiebungssatzes der z-Transformation wird daraus die Differenzgleichung des Reglers, wie von Lutz und Wendt [LW12, S. 561] beschrieben, ermittelt:

$$u(k) = -a_1 u(k-1) - a_0 u(k-2) + b_2 e(k) + b_1 e(k-1) + b_0 e(k-2) . \quad (114)$$

Höhenregelung

Die Formeln der Koeffizienten sind in Tabelle 8 angegeben und die Variable k bezeichnet den momentanen Zeitpunkt bzw. Iterationsschritt.

	Höhenregler 1 ($\Phi_{Res}=50^\circ$, $t_{max}=1s$)	Höhenregler 2 ($\Phi_{Res}=30^\circ$, $t_{max}=1s$)
$a_1 = -\frac{4T_1}{T+2T_1}$	-1,538745	-1,737257
$a_0 = \frac{2T_1-T}{2T_1+T}$	0,538745	0,737257
$b_2 = K_P \cdot \frac{T^2+2T_N T+2T_V T+4T_N T_V}{2T_N T+4T_1 T_N}$	144,905681	88,883144
$b_1 = K_P \cdot \frac{T^2-4T_N T_V}{T_N T+2T_1 T_N}$	-286,815678	-174,316905
$b_0 = K_P \cdot \frac{T^2-2T_N T-2T_V T+4T_N T_V}{2T_N T+4T_1 T_N}$	141,922146	85,450143

Tabelle 8: Koeffizienten der Differenzgleichungen der Höhenregler

Diese Differenzgleichung wurde im Höhenreglermodul des FINken II implementiert. Dabei wird die im vorherigen Kapitel erwähnte Stellgrößenbeschränkung für die Gasstellung zwischen 20 % und 80 % verwendet. Außerdem ist ein sogenanntes Anti-Windup implementiert, das ein übermäßiges aufintegrieren des Regelfehlers verhindert, während sich der Regler in der Stellgrößenbeschränkung befindet. Das Anti-Windup wird durch folgende Differenzgleichung realisiert:

$$u(k) = u(k) - \frac{2}{3} \cdot (b_2 + b_1 + b_0) \cdot (e(k) + e(k-1) + e(k-2)). \quad (115)$$

Sie wird der Differenzgleichung (114) nachgeschaltet, falls die Stellgrößenbeschränkung arbeitet und soll eine Verringerung der Wirkung des Integralteils um zwei Drittel herbeiführen.

Falls der Regler temporär deaktiviert werden soll, gilt statt Formel (114):

$$u(k) = 0, \quad (116)$$

und es müssen wenigstens die Regelfehler $e(k-1)$ und $e(k-2)$ weiter aufgezeichnet werden, da sonst der differentielle Regleranteil beim Wiedereinschalten fehlerhafte Werte liefert.

2.3.8 Praktische Evaluation des Höhenreglers

Die beiden theoretisch ausgelegten Höhenregler funktionieren ohne Anpassungen in der Praxis, wobei gerade für den Start der Ruhelagenschub sorgfältig eingestellt werden muss. Wenn die Regler ihre Sollhöhe erreicht haben, arbeiten sie beide im Rahmen der Sensorgenauigkeit

Höhenregelung

zuverlässig. Der Höhenregler 1 fliegt sich subjektiv etwas angenehmer als Regler 2, da er weniger schwingt. Auch beim Startvorgang ist sein Überschwingen geringer. Er lässt den Quadrocopter aber wie erwartet bei Änderung der Neigungswinkel etwas tiefer absinken.

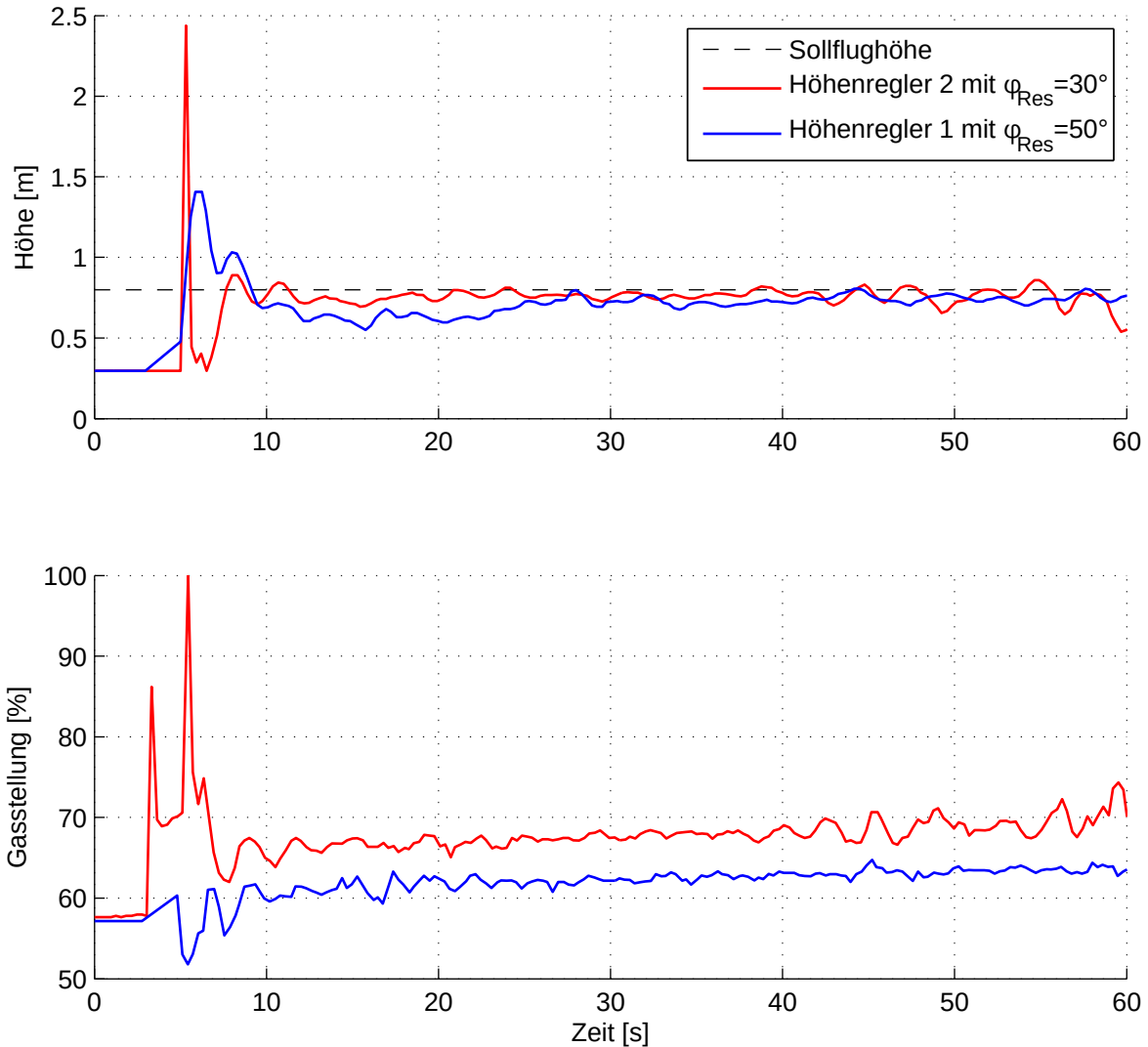


Abbildung 24: Testflug: Mess- und Stellgrößen (z-Richtung)

In der Abbildung 24 sind die Mess- und Stellgrößen jeweils eines Testfluges mit jedem der beiden Höhenregler zu sehen. Die Messungen bestätigen den Eindruck beim Fliegen, dass Regler 2 stärker überschwingt als Regler 1, aber den Quadrocopter bei Neigung weniger absacken lässt. Während des Flugs wurde versucht, den Quadrocopter die ersten 40 s ruhig in der Luft zu halten. Danach wurden mit Höhenregler 2 schnellere Flugmanöver durchgeführt.

Bei der Betrachtung der Messdaten ist zu beachten, dass die Aufzeichnung über eine Bluetooth-Verbindung durchgeführt wurde und die Aufzeichnungsrate 3,3 Hz beträgt. Die Regler arbeiten hingegen mit einer Frequenz von 30 Hz. Die Messinformationen sind also nicht vollständig. Die Bewertung des ersten Überschwingens nach dem Start ist dadurch nur qualitativ

möglich, wobei an dieser Stelle noch einmal hervorgehoben sei, dass keiner der beiden Regler für den Startvorgang ausgelegt ist. Die deutlichen Unterschiede bei der Gasstellung zwischen den Reglern resultieren aus einem unterschiedlichen Akkuladezustand.

Die gestellte Aufgabe, den Quadrokopter stabil auf einer Höhe zu halten, erfüllen beide Regler. Regler 1 ist dabei der universellere Regler, der beim Überfliegen eines am Boden liegenden Gegenstandes z.B. einer Kiste weniger schwingt. Durch das geringere Überschwingen beim Start ist Regler 1, für die praktische Nutzung prädestiniert, solange kein zusätzlicher Regler für den Startvorgang existiert.

2.4 Wandvermeidung

Bei der in dieser Arbeit entwickelten Wandvermeidung handelt es sich strenggenommen um eine Objektvermeidung. Der Quadrokopter weicht also allem, was seine Sensoren detektieren, aus. Der Schwerpunkt liegt auf der Auslegung der xy-Positionsregelung und zusätzlich wird ein einfacher Algorithmus vorgeschlagen, der eine die Fernsteuerung überlagernde Wandvermeidung realisiert.

2.4.1 Wahl der Reglerstruktur

In Kapitel 2.2.1 wurde gezeigt, dass zwischen x- und y-Achse für kleine Winkel keine Querkopplungen bestehen. Die Regelung dieser beiden Achsen kann somit mithilfe einzelner Regler vorgenommen werden. Außerdem unterscheidet sich das Verhalten zwischen den Achsen nicht, weshalb zweimal der gleiche Regler verwendet wird. Dieser wird als xy-Regler bezeichnet. Genau wie für die z-Richtung wird ein klassischer Reglertyp verwendet. Die Stabilitätsbetrachtungen aus Kapitel 2.3.1 können übernommen werden. Die horizontalen Richtungen können also mit PD-Reglern stabilisiert werden. Da lediglich gefordert wird, dass der Quadrokopter Objekten ausweicht, nicht jedoch, dass auch für Störungen keine bleibende Regelabweichung für große Zeiten existiert, wird auf den integralen Anteil verzichtet. Dies hat für die Wandvermeidung außerdem den Vorteil, dass die Fernsteuerungssignale als Störung ohne Aufladung eines I-Anteils auf die Regler einwirken können.

2.4.2 Auslegung des xy-Reglers per Loopshaping

Der PDT₁-Regler für die x-,y-Richtung wird analog zu Kapitel 2.3.2 ausgelegt. Dabei wird lediglich auf das Einfügen eines I-Anteils verzichtet. Aufgrund der Anforderung des Wandvermeidungsalgorithmus aus Kapitel 2.4.4 an ein geringes Überschwingen, muss der Regler für ein gutes Führungsverhalten ausgelegt werden. Aus diesem Grunde wird eine hohe Sollphasenreserve von $\varphi_{Res,soll}=70^\circ$ gewählt. Außerdem soll der äußere xy-Regelkreis langsamer sein als die Höhenregelung und später mit einer Abtastfrequenz von 7 Hz auskommen, weshalb die Zeit bis zum ersten Überschwingen als $t_{max}=2,2$ s gewählt wird.

Das Bodediagramm der offenen Kette ist in Abbildung 25 zu sehen. Die vorgegebene Phasenreserve von 70° wurde genau erreicht.

Das Ergebnis der Auslegung ist der xy-Regler:

$$K_{PDT_1,xy} = K_P \cdot \frac{1+T_V s}{1+T_1 s} = 1,412 \cdot \frac{1+5,786 s}{1+0,0879 s} \quad (117)$$

In Tabelle 9 sind die Parameter noch einmal aufgelistet.

xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$, $t_{max}=2,2$ s)	
Proportionalverstärkung	$K_p=1,412$
Vorhaltzeitkonstante	$T_v=5,786$
Verzögerungszeitkonstante	$T_1=0,0879$

Tabelle 9: Parameter xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$)

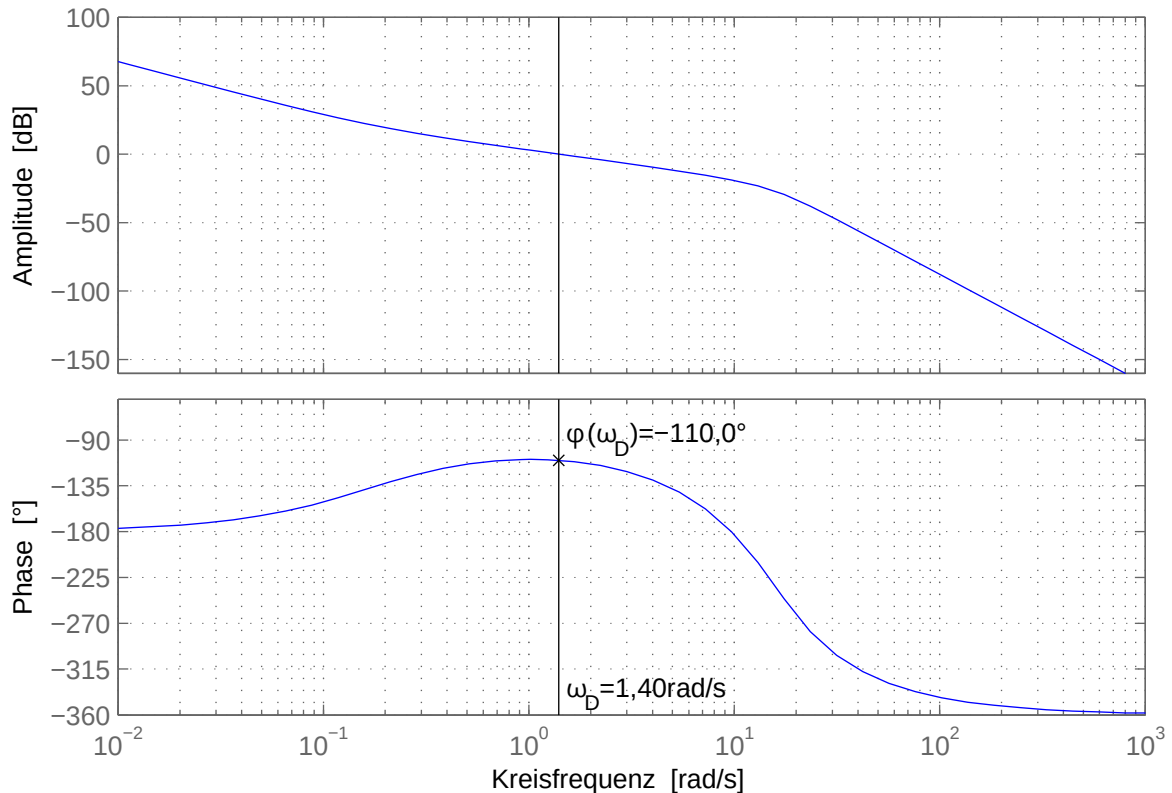


Abbildung 25: Bodediagramm der offenen Kette mit PDT_i -xy-Regler ($\varphi_{Res}=70^\circ$)

2.4.3 Sprungantworten des linearen Regelkreises mit xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$)

In diesem Kapitel werden die Antworten des geschlossenen Regelkreises mit xy-Regler 1 auf einen Führungssprung von 0 auf 1 m und einen Störungssprung des Winkels von 0 auf 1° gezeigt und erläutert. Die Sprungantworten sind in Abbildung 26 zu sehen. Das geringe Überschwingen von knapp 10 % resultiert aus der Auslegung des Reglers für ein gutes Führungsverhalten. Dafür weicht der Regelkreis bei einer sprunghaften Lageänderung von 1° um ca. 0,7 m vom Sollwert ab. Diese Abweichung wird von dem in Kapitel 2.4.4 beschriebenen Wandvermeidungsalgorithmus genutzt, damit der Quadrocopter auch in der nur 2 m breiten Arena mit der Fernsteuerung aus der Mitte ausgelenkt werden kann.

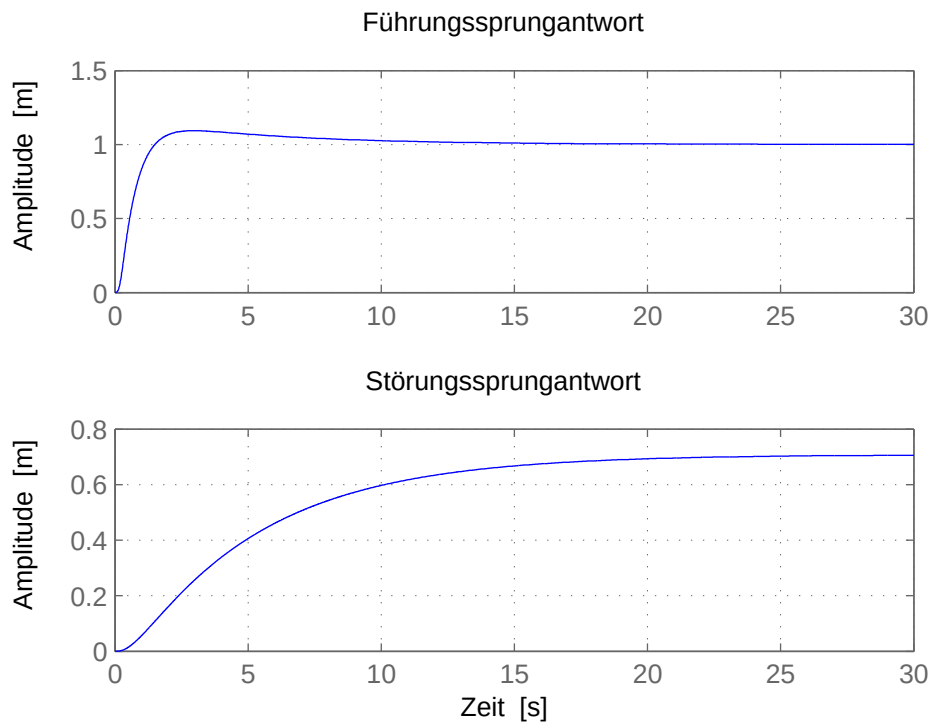


Abbildung 26: Sprungantworten des linearen xy -Regelkreises ($\varphi_{Res}=70^\circ$)

2.4.4 Vorschlag eines Algorithmus zur Wandvermeidung

Der Quadropter soll mithilfe dieses Algorithmus alle Objekte vermeiden. Das heißt, er weicht beweglichen Objekten aus und fliegt in stationäre Hindernisse nicht hinein, auch wenn er auf diese zugesteuert wird. Der Algorithmus soll dabei Regelfehler bestimmen, mit deren Hilfe die xy -Regler den Quadropter aus der Gefahrenzone herausfliegen können. In dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf der Reglerauslegung, weshalb der Algorithmus sehr einfach ausfällt. Die Funktionsweise ist für x - und y -Achse exakt gleich und wird deshalb nur für die x -Achse beschrieben. Die Worte Wand, Hindernis und Objekt sind synonym zu verstehen.

Für die Regelung der Position in x -Richtung stehen zwei Ultraschall-Distanzsensoren zur Verfügung. Einer zeigt nach vorne und einer nach hinten. Durch Subtraktion des hinteren vom vorderen Sensorwert wird ein eindimensionaler Vektor ermittelt, der in x -Richtung auf die nächste Wand zeigt. Der Regler regelt diesen Vektor nun zu null aus. Dadurch wird die Position des Quadropters in der Mitte zwischen den zwei detektierten Wänden stabilisiert. Dies funktioniert, wenn beide Sensoren Hindernisse detektieren können.

Falls der Raum jedoch groß ist und einer der beiden Sensoren keine Wand detektiert, sondern seinen Maximalwert zurückliefert, würde der Quadropter während des Überschwingens bei einem Ausweichmanöver mit beiden Sensoren keine Wände mehr detektieren und mit einer gewissen Geschwindigkeit durch den Raum driften. Um das zu verhindern, wird der Wert des Sensors, der keine Wand detektiert, auf einen Wert etwas kleiner als der Maximalwert, gesetzt. Das heißt, wenn ein Sensor den Maximalwert von z.B. $maxDist=1,30$ m liefert, wird

sein Messwert auf $refDist=1,17$ m gesetzt. Dadurch wird der Quadrokofter in einem großen Raum, in 1,17 m Entfernung von der Wand stabilisiert, wenn er sich vorher in einem Abstand zwischen 0 und 1,30 m von der Wand entfernt befunden hat.

Der Quadrokofter soll weiterhin per Fernsteuerung oder ähnlichem gesteuert werden können und die Wandvermeidung soll lediglich eingreifen, wenn er einem Hindernis zu nahe kommt. Dies wird realisiert, indem der vom Regler ausgegebene und der von der Fernsteuerung vorgegebene Winkel addiert werden, was einer Störung des Regelkreises zwischen Regler und Strecke entspricht. Dabei werden Flugbefehle, die den Quadrokofter Richtung Wand neigen, obwohl er sich schon nah an dieser befindet, in einem Bereich von $maxDist=1,3$ m bis $guardDist=0,7$ m linear abgeschwächt und schließlich vollständig unterdrückt. Die Eingabewerte der Fernsteuerung sind auf $\pm 5^\circ$ beschränkt. Diese bewusste Störung des Regelkreises und die daraus resultierende Abweichung vom Sollwert soll ermöglichen, dass auch in der nur 2 m breiten Arena geflogen werden kann.

2.4.5 Simulative Evaluation des xy-Reglers anhand des vollständigen Systems

Der in Kapitel 2.4.4 beschriebene Algorithmus wurde in MATLAB Simulink zusammen mit dem vollständigen Modell der Regelstrecke für die x-Richtung implementiert. In Abbildung 27 ist folgender Testfall dargestellt: Der Quadrokofter befindet sich in einer 3m breiten Arena auf der Position $x=1,30$ m. Dies ist genau der Abstand, bei dem der Sensor die Wand 1 noch nicht erkennt. Wand 1 befindet sich bei $x=0$ m und Wand 2 bei $x=3$ m. Nach 10 s wird der Quadrokofter mit der Fernsteuerung um 5° geneigt, sodass er in positiver x-Richtung beschleunigt wird. Sobald er sich Wand 2 bei $x=1,70$ m auf 1,30 m genähert hat, fängt der Regler an zu wirken und versucht ihn bei $x=1,83$ m auf einer Entfernung von 1,17 m zur Wand zu stabilisieren. Die Fernsteuerung gibt weiterhin 5° vor, wird aber ab $x=1,70$ m bis $x=2,30$ m bis auf 0° herunter gedämpft. Schlussendlich nimmt der Quadrokofter die 0,77 m von der Wand entfernte Position $x=2,23$ m ein. Dabei hat er sich der Wand bis auf maximal 0,41 m genähert. Nach insgesamt 30 s wird die Fernsteuerung auf 0° gestellt. der Quadrokofter nimmt daraufhin langsam seine 1,17 m von der Wand entfernte Sollposition bei $x=1,83$ m ein. Nach insgesamt 60 s wird der Quadrokofter um 1° in die entgegengesetzte Richtung geneigt und fliegt dadurch auf Wand 1 zu, der Regler stabilisiert ihn bei $x=0,92$ m.

In der Simulation funktioniert der Algorithmus wie erwartet. Am Verlauf der Stellgröße lässt sich der Einfluss des von 1,30 m auf 1,17 m und andersherum springenden Sensorwertes erkennen. Dadurch springt der Regelfehler, weshalb durch den differentiellen Anteil des Reglers Spitzen in der Stellgröße entstehen. Ob dies in der Praxis spürbare Auswirkungen hat, lässt sich anhand der Simulation nicht beurteilen.

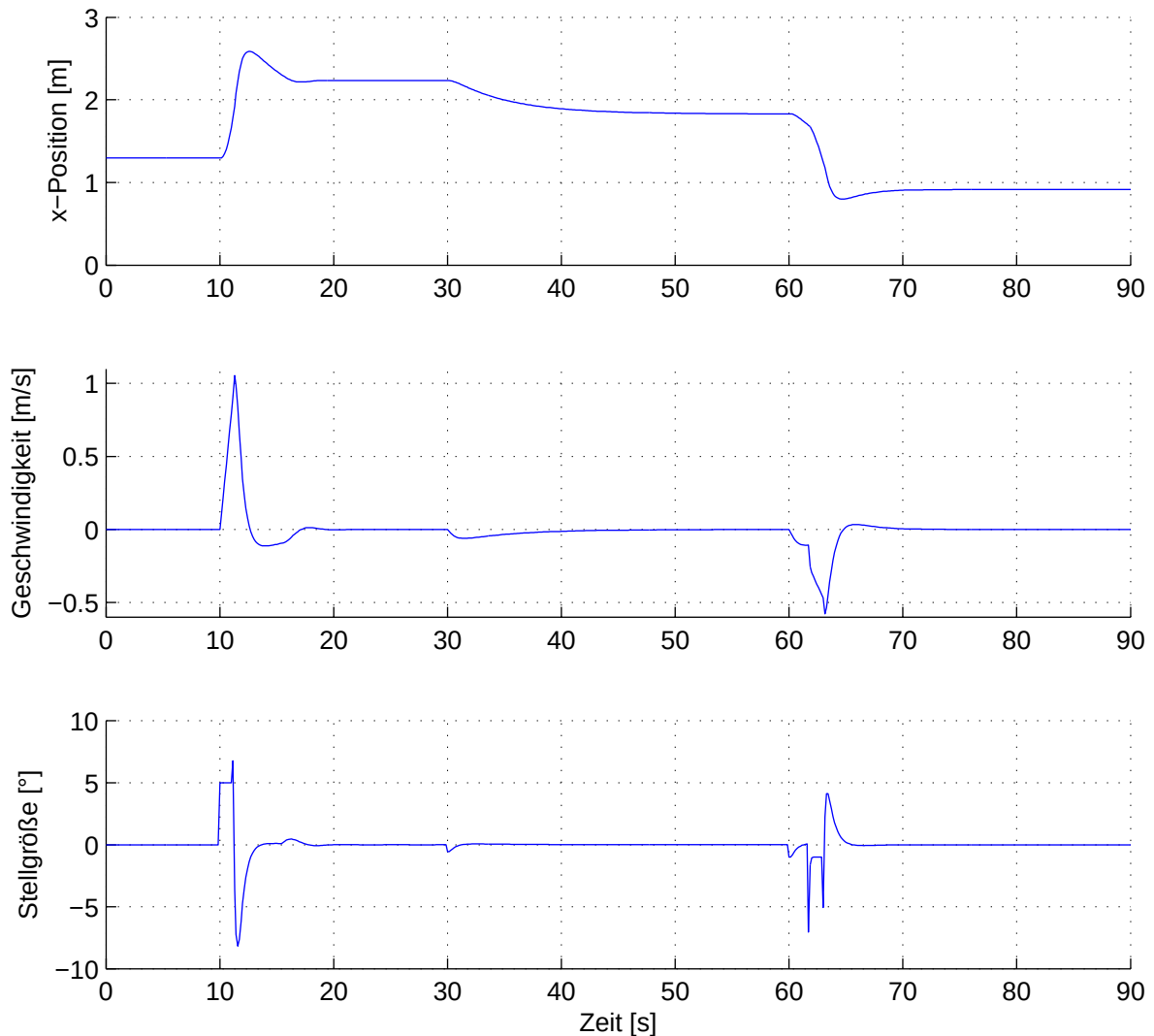


Abbildung 27: Evaluation der xy-Regler am nichtlinearen System ($\varphi_{Res}=70^\circ$)

2.4.6 Vorbereitung der Implementierung des xy-Reglers: Diskretisierung

Die Diskretisierung des xy-Reglers 1 wird analog zur Diskretisierung des Höhenreglers mit der Tustin-Formel (105) wie in Kapitel 2.3.7 vorgenommen.

Die Grenzfrequenz des geschlossenen Kreises mit xy-Regler 1 beträgt (siehe Bodediagramm in Abbildung 35, Anhang D):

$$\omega_{Gr, XY1} = 2,04 \frac{\text{rad}}{\text{s}} . \quad (118)$$

Die entsprechende minimale Abtastfrequenz bzw. maximale Abtastzeit haben folgende Werte:

$$f_{min, XY1} = 6,49 \text{ Hz} \Leftrightarrow T_{max, XY1} = 0,154 \text{ s} . \quad (119)$$

Die Sensoren der Wandvermeidung werden mit einer Frequenz von 7 Hz abgetastet, was ausreichend für die Funktion des Reglers ist.

Die aus der Diskretisierung resultierende Differenzgleichung lautet:

$$u(k) = -a_0 u(k-1) + b_1 e(k) + b_0 e(k-1). \quad (120)$$

Die Formeln der Koeffizienten sind in Tabelle 10 angegeben und die Variable k bezeichnet den momentanen Zeitpunkt bzw. Iterationsschritt.

	xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ, t_{max}=2,2\text{ s}$)
$a_0 = \frac{T-2T_1}{T+2T_1}$	-0,103129
$b_1 = K_P \cdot \frac{T+2T_V}{T+2T_1}$	51,942003
$b_0 = K_P \cdot \frac{T-2T_V}{T+2T_1}$	-50,675271

Tabelle 10: Koeffizienten Differenzgleichung xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$)

Diese Differenzgleichung wurde im Wandvermeidungsmodul des FINken III implementiert. Dabei wird eine Stellgrößenbeschränkung für die Neigung zwischen -15° und $+15^\circ$ verwendet.

2.4.7 Praktische Evaluation der Wandvermeidung

Die praktische Evaluation konnte aufgrund eines Fehlers beim FINken II, der die Aktivierung der nötigen Sensorik verhindert, nicht mit diesem durchgeführt werden. Da zwischenzeitlich die Erprobung des Nachfolgemodells begonnen wurde und die Modellierung der Bewegung in xy-Richtung unabhängig vom verwendeten Quadrokopter ist, wurde der FINken III für die Inbetriebnahme der Wandvermeidung genutzt. Dabei stellte sich allerdings heraus, dass die theoretisch entwickelte Wandvermeidung in der Praxis so nicht funktioniert. Hauptsächlich liegt es an den von den Ultraschall-Distanzsensoren zur Verfügung gestellten Messwerten. Diese springen besonders bei dem der Wand abgewandten Sensor stark. Bei gleichzeitiger Verwendung der gegenüberliegenden Sensoren versucht der Regler diesen Sprüngen zu folgen und der Quadrokopter fliegt nach kurzer Zeit in die Wand. Es ist momentan also nur möglich, für jede Achse den Sensor mit dem jeweils kleineren Messwert zu nutzen. Aber auch diese Messwerte sind, besonders im Vergleich zu dem gut funktionierenden Höhensensor, unzuverlässig. Der zweite Grund für das Versagen der ursprünglichen Wandvermeidung ist eine Regelabweichung der Lageregelung für den Rollwinkel von $1,7^\circ$, die aber kompensiert werden konnte. Dennoch ist das Störverhalten des xy-Reglers 1 nicht ausreichend, weshalb der xy-Regler 2 eingeführt wird. Er ist mit einer Phasenreserve von $\varphi_{Res}=50^\circ$ robuster gegenüber Abweichungen der Lagewinkel. Außerdem ist er etwas schneller ausgelegt, damit er auf Regelfehler stärker reagiert.

Der Algorithmus musste ebenfalls angepasst werden. Jetzt werden für jede Achse die beiden Sensorwerte verglichen und wenn der kleinere Wert niedriger als $maxDist=1,20\text{ m}$ ist, wird

dieser Wert auf 1,20 m ausgeregelt. Dies funktioniert natürlich nur sinnvoll in einer Arena, die mindestens 2,40 m breit und lang ist. Das zu erwartende Überschwingen tritt in der Praxis nicht in relevantem Maße auf und es ist nicht zu beobachten, dass der Quadrokopter zwischen zwei Wänden hin und her pendelt.

Die neuen Reglerparameter sind in Tabelle 11 aufgelistet.

	xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$, $t_{max}=2,2$ s)	xy-Regler 2 ($\varphi_{Res}=50^\circ$, $t_{max}=2,0$ s)
Proportionalverstärkung	$K_p=1,412$	$K_p=3,651$
Vorhaltzeitkonstante	$T_V=5,786$	$T_V=2,288$
Verzögerungszeitkonstante	$T_1=0,0879$	$T_1=0,2127$

Tabelle 11: Parameter der xy-Regler 1 und 2

Auch dieser Regler wird wieder diskretisiert. Die Koeffizienten der Differenzgleichung sind in Tabelle 12 angegeben.

	xy-Regler 1 ($\varphi_{Res}=70^\circ$, $t_{max}=2,2$ s)	xy-Regler 2 ($\varphi_{Res}=50^\circ$, $t_{max}=2,0$ s)
$a_0 = \frac{T-2T_1}{T+T_1}$	-0,103129	-0,497233
$b_1 = K_p \cdot \frac{T+2T_V}{T+2T_1}$	51,942003	30,313422
$b_0 = K_p \cdot \frac{T-2T_V}{T+2T_1}$	-50,675271	-28,477732

Tabelle 12: Koeffizienten der Differenzgleichung der xy-Regler 1 und 2

Die Grenzfrequenz des geschlossenen Kreises mit xy-Regler 2 beträgt:

$$\omega_{Gr, XY2} = 2,57 \frac{\text{rad}}{\text{s}} . \quad (121)$$

Die entsprechende minimale Abtastfrequenz bzw. maximale Abtastzeit haben folgende Werte:

$$f_{min, XY2} = 8,18 \text{ Hz} \Leftrightarrow T_{max, XY2} = 0,122 \text{ s} . \quad (122)$$

Die Sensoren der Wandvermeidung werden mit einer Frequenz von 7 Hz abgetastet, was sich in der Praxis als ausreichend erwiesen hat.

Mithilfe des abgewandelten Algorithmus, dem angepassten Regler und einem Rollwinkeloffset von $1,7^\circ$ wurden reproduzierbare Testflüge durchgeführt, bei denen der Quadrokopter völlig autonom in der Arena flog.

Wandvermeidung

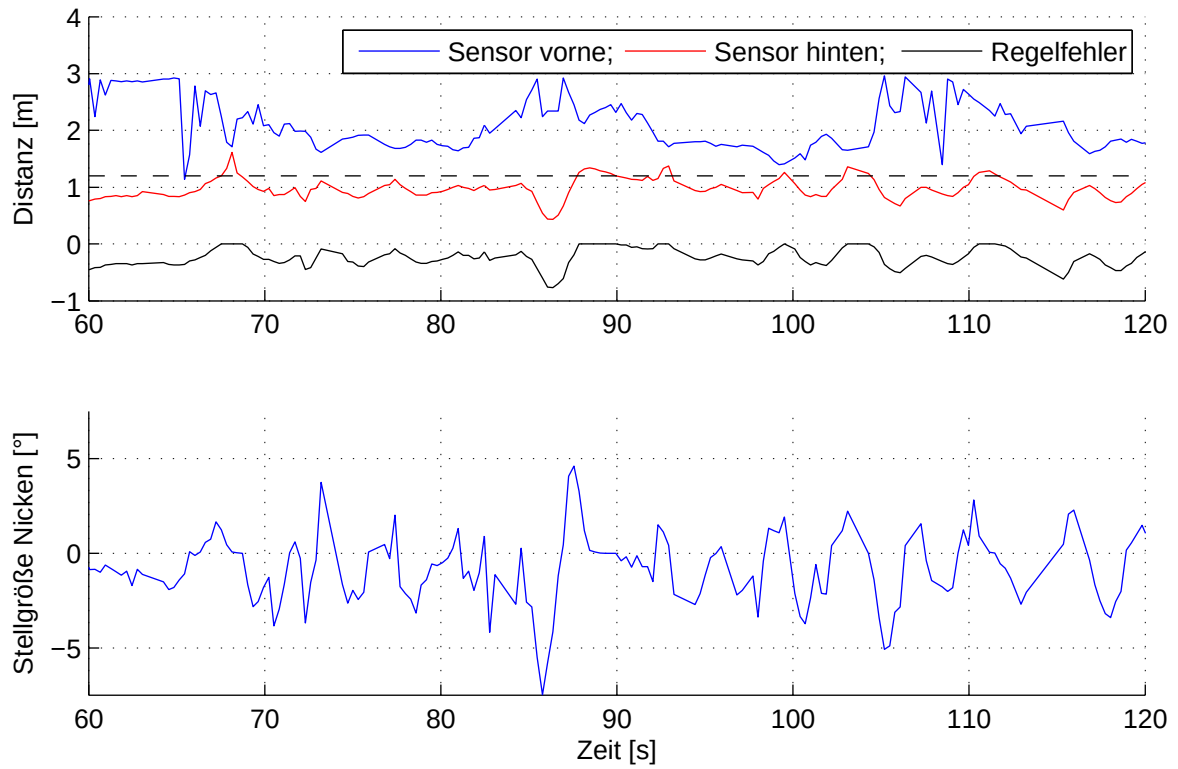


Abbildung 28: Testflug: Mess- und Stellgrößen x-Achse mit xy-Regler 2 ($\varphi_{Res}=50^\circ$)

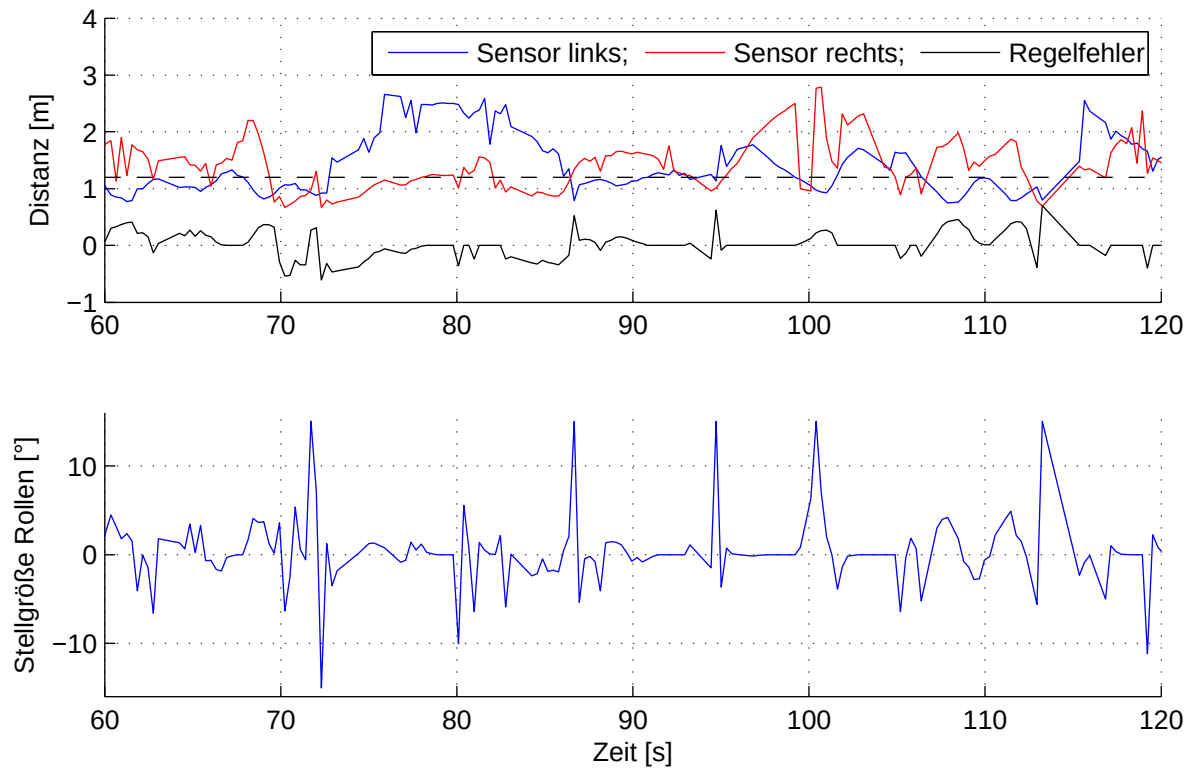


Abbildung 29: Testflug: Mess- und Stellgrößen y-Achse mit xy-Regler 2 ($\varphi_{Res}=50^\circ$)

Von einem dieser Testflüge stammen die Diagramme in den Abbildungen 28 und 29. Sie zeigen einen Ausschnitt aus einem insgesamt 6 min dauernden autonomen Flug, an dessen Ende der Quadrocopter erfolgreich gelandet wurde. Der Grenzwert von 1,20 m, ab dem die Regler wirken sollen, ist gestrichelt eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass vor allem die höheren Messwerte um bis zu 2 m springen. Aufgrund dieser Tatsache kann der Regler den Quadrocopter zwar nicht an einer Position stabilisieren, aber immerhin verhindern, dass er in die Wände fliegt, oder sich aufschaukelt. Dabei ist auch in gewissem Maße die Steuerung von Hand möglich. Wenn die Arena allerdings groß genug ist, dass der Quadrocopter auf über 1m/s beschleunigt werden kann, ist nicht mehr sichergestellt, dass eine Wandberührung verhindert wird. Außerdem kann er von stark gehäuften Messfehlern der Ultraschallsensorik auch in die Wand getrieben werden. Bei den bisherigen Testflügen ist dies aber nicht passiert.

3 Zusammenfassung

Die Ziele dieser Arbeit wurden erreicht: Es wurde eine Höhen- und eine x-, y-Positionsregelung ausgelegt. Außerdem wurde ein hybrider, die Fernsteuerung überlagernder, wandvermeidender Flugmodus für den FINken Quadrokopter entwickelt. Die Regler und der Algorithmus nutzen wie gefordert ausschließlich die Bordsensorik. Der Quadrokopter kann nun von Hand geflogen werden, während der Höhenregler seine Flughöhe zuverlässig hält und die Wandvermeidung ihn von Hindernissen fernhält.

Im Einzelnen werden in dieser Arbeit die folgenden Themen behandelt:

Die translatorischen Bewegungen des Quadrokopters werden unter der Annahme, er sei ein freier Schubvektor, modelliert, damit das modellbasierte Loopshaping-Verfahren für die Reglersynthese genutzt werden kann. Dabei wird gezeigt, dass Querkopplungen zwischen den translatorischen Bewegungen in x- und y-Richtung für kleine Nick- und Rollwinkel bis ca. 20° vernachlässigt werden können.

Die Stabilitätsanalyse ergibt, dass zur Stabilisierung des Quadrokopters in x-, y- und z-Richtung aufgrund seines zweifach integrierenden Verhaltens ein phasenanhebender differentieller Regleranteil notwendig ist. Außerdem sollte der Höhenregler zum Ausgleich des Batteriespannungsabfalls oder einer ungenau einstellten Schwebegasstellung einen integralen Anteil aufweisen.

Aufgrund dieser Modellierungsergebnisse werden unabhängige $P(I)DT_1$ -Regler in Kaskadenstruktur entworfen. Die untere Kaskade besteht aus der schon vorhandenen Lageregelung, in der Mitte folgt der $PIDT_1$ -Höhenregler und in der äußeren Kaskade die beiden gleich parametrisierten PDT_1 -xy-Regler. Die Regler werden vor der Implementierung auf dem FINken simulativ in MATLAB Simulink getestet.

Die Flugversuche mit dem Höhenregler waren erfolgreich. Lediglich der Startvorgang, für den der Regler schließlich nicht ausgelegt ist, ist noch etwas problematisch, wenn die Schwebegasstellung nicht sorgfältig kalibriert wurde oder der Akkustand niedrig ist. Der für die Höhenmessung benutzte Ultraschallsensor erwies sich als tauglich.

Für die praktische Evaluation der Wandvermeidung erwies sich als besondere Herausforderung, dass die ursprünglich genutzten FINken II Quadrokopter aufgrund verschiedener Hard- und Softwareprobleme nicht für deren Implementierung genutzt werden konnten. Einen Ausweg lieferte nach etwa zwei Wochen der inzwischen fertiggestellte FINken III.

Die entworfenen xy-Regler und der vorgeschlagene Wandvermeidungsalgorithmus mussten während der praktischen Evaluation aufgrund der im Gegensatz zum Höhensensor ungenauen Ultraschall-Distanzsensoren noch angepasst werden. Dabei wurde der Regler etwas schneller und auf ein besseres Störverhalten ausgelegt. Die Wandvermeidung wurde vereinfacht und nutzt für jede Achse nur noch den Sensor, der die kürzere Distanz misst, da der jeweils andere Sensor sehr ungenaue und mit starkem Messrauschen behaftete Daten liefert.

3.1 Ausblick

Angeregt durch die Ergebnisse dieser Arbeit liegen die folgenden Untersuchungen und Fragestellungen nahe:

Die Höhen-, sowie die xy-Regelungsergebnisse können nicht besser als die verfügbaren Positionsdaten sein. Deshalb könnte kurzfristig der Höhensensorwert mithilfe der Neigungswinkel kompensiert werden. Außerdem sind die Distanzsensoren zur Erkennung von Hindernissen unzureichend. Hier sollte nach einer Alternative zu den verwendeten Ultraschallsensoren gesucht werden. Die Implementierung eines Kalman-Filters zur Sensordatenfusion ist im Swarm Lab schon in Arbeit und sollte einen wichtigen Beitrag zur Verbesserung der Regelgüte leisten.

Für die Höhenregelung haben sich im Einzelnen folgende offene Punkte ergeben:

- Die Störung des Schubs in z-Richtung durch die Neigung ist messbar, somit kann eine Störgrößenaufschaltung mit einem Vorfilter auf Basis der Winkelmessung der IMU realisiert werden.
- Wenn der Quadrocopter startet oder falls der Höhenregler umgeschaltet werden soll, ist eine genau ermittelte Schwebegasstellung wichtig. Diese sollte möglichst batterie-spannungskompensiert sein.
- Der Höhenregler ist nicht für den Startvorgang ausgelegt. Der Startvorgang kann untersucht werden und ein Regler oder eine Steuerung entwickelt werden.
- Falls der Quadrocopter in Zukunft nicht mehr nur eine feste Höhe halten soll, kann eine passende Vorsteuerung entwickelt werden.

Für eine sichere Wandvermeidung ist eine Geschwindigkeitsmessung unerlässlich. Diese wird im Swarm Lab schon erarbeitet. Wenn sie fertiggestellt ist, ergeben sich neben der problematischen Ultraschallsensorik die folgenden offenen Punkte:

- Es kann ein Zustandsregler oder eine unterlagerte Geschwindigkeitsregelung realisiert werden.
- Die Sicherheitsabstände können dynamisch an die Geschwindigkeit angepasst werden und die Geschwindigkeit kann mithilfe der oben genannten Regler begrenzt werden.
- Falls eine unterlagerte Geschwindigkeitsregelung realisiert wird, könnte diese einen integralen Anteil haben. Die äußere xy-Positionsregelung kann weiterhin als PD-Regler belassen werden. Dann könnte der I-Anteil der Geschwindigkeitsregelung einen Offset der Lageregelung vollständig ausgleichen und dennoch die Positionsregelung mit der Fernsteuerung ohne Aufladung eines Integrators überlagert werden.

Außerdem wurde bei dem Entwurf der xy-Regelung und der Wandvermeidung auf die Betrachtung der Gierbewegung verzichtet. Wenn eine Positionsbestimmung in erdfesten Koordinaten relativ zu einem Fixpunkt, z.B. einer Wand entwickelt wird, kann ein Mehrgrößenregler für die xy-Position entwickelt werden, der eine Gierbewegung berücksichtigt.

Literaturverzeichnis

- [Ar12] Arens, T. et al.: Mathematik. Spektrum Akad. Verl., Heidelberg, 2012.
- [Be07] Becker, F.-M.: Formelsammlung. Formeln, Tabellen, Daten ; Mathematik, Physik, Astronomie, Chemie, Biologie, Informatik. Duden Paetec Schulbuchverl., Berlin, 2007.
- [BMS04] Bouabdallah, S.; Murrieri, P.; Siegwart, R.: Design and control of an indoor micro quadrotor: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004, 2004; S. 4393-4398 Vol.5.
- [Bo07] Bouabdallah, S.: Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. Dissertation, Lausanne, 2007.
- [Bo55] Bode, H. W.: Network Analysis and feedback amplifier design. van Nostrand, New York usw., (1955).
- [CH08] Czichos, H.; Hennecke, M. Hrsg.: Hütte. Das Ingenieurwissen Jubiläumsausgabe 150 Jahre Hütte. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [Ch15] Chair of Intelligent Systems: OVGU Swarm Lab. Intelligent Systems Group - Welcome to Swarm Lab at Otto-von-Guericke University Magdeburg! <http://is.cs.ovgu.de/SwarmLab.html>, 06.08.2015.
- [Ha15] Hamann, D. et al.: Software Project Swarm Intelligence: Avoiding Walls with Quadrocopters. <https://github.com/dohamann/paparazzi/wiki/>, 08.08.2015.
- [Lu10] Lunze, J.: Regelungstechnik 1. Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen. Springer, Berlin, 2010.
- [Lu13] Lunze, J.: Regelungstechnik 2. Mehrgrößensysteme, digitale Regelung. Springer, Berlin, 2013.
- [LW12] Lutz, H.; Wendt, W.: Taschenbuch der Regelungstechnik. Mit MATLAB und Simulink. Deutsch, Frankfurt am Main, 2012.
- [Pu11] Puls, T.: Lokalisations- und Regelungsverfahren für einen 4-Rotor-Helikopter. Dissertation, Oldenburg, 2011.
- [St08] Stroppe, H. et al.: Physik für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften. Ein Lehrbuch zum Gebrauch neben Vorlesungen ; mit 25 Tabellen, 238 durchgerechneten Beispielen und 140 Aufgaben mit Lösungen. Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verl., München, 2008.
- [Un07] Unbehauen, H.: Regelungstechnik I. Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag | GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, Wiesbaden, 2007.

A Spezifikation FINken II

Im Rahmen eines Softwareprojekts beschäftigte sich eine Studentengruppe mit der Implementierung einer Wandvermeidung. Dabei schrieben Hamann, Ghassemi et al. [Ha15] ein Wiki, auf dem dieser Anhang teilweise aufbaut.

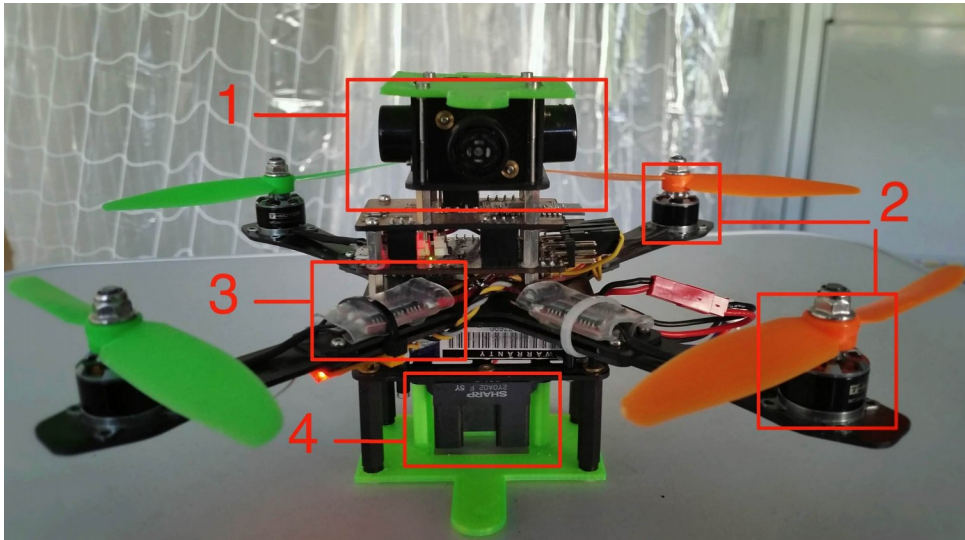


Abbildung 30: FINken II Baugruppenzuordnung [Ha15]

Nr	Typ	Beschreibung
1	Ultraschallsensoren für Kollisionsvermeidung	<ul style="list-style-type: none"> • Maxbotix MB1202 I2CXL-MaxSonar-EZ0 • Messbereich: 0,25...7,65 m • Messungen unter 0,25 m ergeben 0,25 m • Genauigkeit ca. 0,03 m • Empfohlene Messfrequenz: 10 Hz
2	Elektromotoren	<ul style="list-style-type: none"> • T-Motor MT1306 3100KV 2.0 • bürstenlose Gleichstrommotoren • Konfiguration: 9N12P
2	Propeller	<ul style="list-style-type: none"> • GEMFAN5030 • Durchmesser: 5Zoll = 12,7 cm • Steigung: 3Zoll = 7,62 cm
3	Motorcontroller	<ul style="list-style-type: none"> • BL-Heli Speedcontroller: XP-7A

A Spezifikation FINken II

Nr	Typ	Beschreibung
4	Höhensensor	<p>2 Varianten in dieser Arbeit verwendet:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Maxbotix MB1043 HRLV-MaxSonar-EZ • Ultraschallsensor • Messbereich: 0,3...5,00 m • Messungen unter 0,3m ergeben 0,3 m • Genauigkeit ca. 0,01 m • Empfohlene Messfrequenz: 10 Hz <p>alternativ verbaut:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sharp GP2Y0A02YK0F • analoger Infrarotentfernungsmesser • Messbereich 0,20...1,50 m • Messungen unter 0,20 m ergeben Werte größer als 0,20 m
	Microcontroller	<ul style="list-style-type: none"> • STM32F105RC
	Softwareplattform	<ul style="list-style-type: none"> • modifiziertes Paparazzi: https://github.com/ovgu-FINken/paparazzi

Tabelle 13: Spezifikation FINken II: Hardware und Software

Bezeichnung	Abmessung
Höhe	0,12 m
Breite	0,24 m
Länge	0,24 m
Masse	0,288 kg

Tabelle 14: Spezifikation FINken II: Abmessungen

B Statisches Übertragungsverhalten des Antriebs

Für die Messung des statischen Übertragungsverhaltens eines von vier Antrieben bestehend aus Motor, Motorcontroller und Propeller (Spezifikation siehe Anhang A), wurde die in Abbildung 31 zu sehende Schubwaage gebaut. Die Kraftmessung erfolgte mit einer digitalen Küchenwaage (Lifetec MD 13639, Genauigkeit für Messbereich 3...1000 g: ± 2 g). Damit sich die Betriebsspannung nicht während der Messung ändert, wurde ein Labornetzteil benutzt und die Spannung auf 8,2 V eingestellt. Die Frequenz-/Drehzahlmessung wurde nur interessehalber aufgenommen und ist für diese Arbeit nicht von Belang.

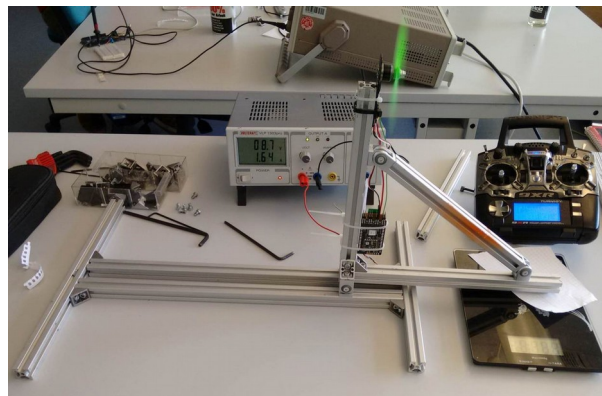


Abbildung 31: Schubwaage

Throttle [%]	Waage [g]	Schub [N]	Frequenz [Hz]	Drehzahl [1/min]
0	0	0,0000		0,00
5	0	0,0000		0,00
10	12	0,1177		0,00
15	16	0,1570	490	4900,00
20	22	0,2158	580,00	5800,00
25	29	0,2845	630,00	6300,00
30	35	0,3434	700,00	7000,00
35	44	0,4316	770,00	7700,00
40	50	0,4905	830,00	8300,00
45	57	0,5592	870,00	8700,00
50	66	0,6475	915,00	9150,00
55	77	0,7554	960,00	9600,00
60	88	0,8633	1070,00	10700,00
65	100	0,9810	1130	11300,00
70	122	1,1968	1200	12000,00
75	140	1,3734	1280	12800,00
80	154	1,5107	1380	13800,00
85	172	1,6873	1480	14800,00
90	180	1,7658	1480	14800,00
95	200	1,9620	1600	16000,00
100	211	2,0699	1600	16000,00

Tabelle 15: Messung FINken_SuD_01_1

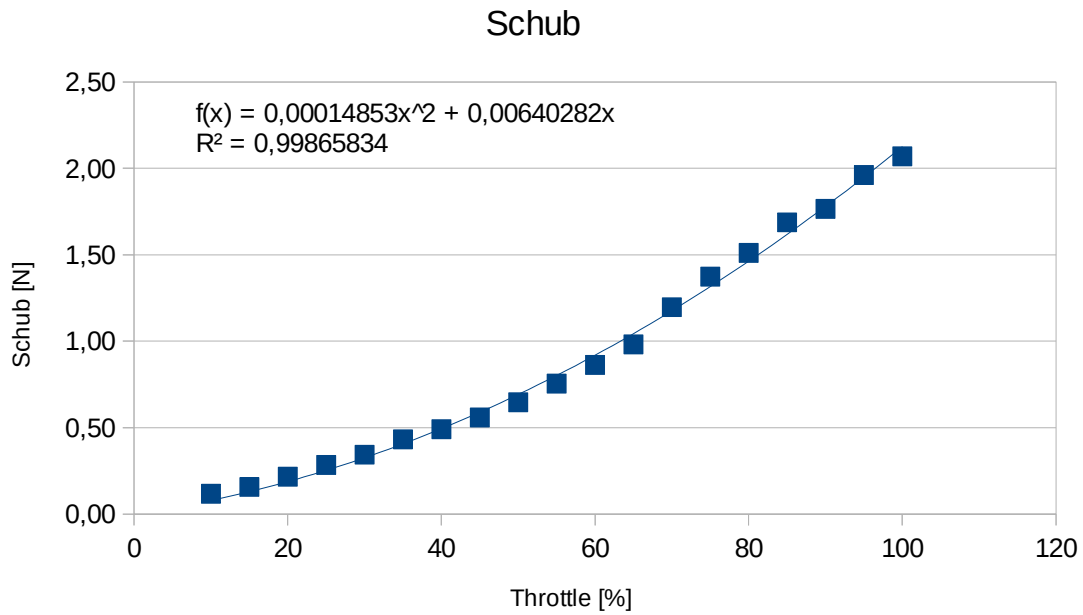


Abbildung 32: Statisches Übertragungsverhalten des Antriebs

Das statische Übertragungsverhalten lässt sich, wie in Abbildung 32 zu erkennen, hinreichend genau als Polynom zweiten Grades beschreiben. Die Gleichung lautet mit Einheiten:

$$F_{S,i,\infty} = 1,4853 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\%^2} \cdot Th^2 + 6,4028 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\%} \cdot Th \quad (123)$$

C Zusatz Diskretisierung des Höhenreglers

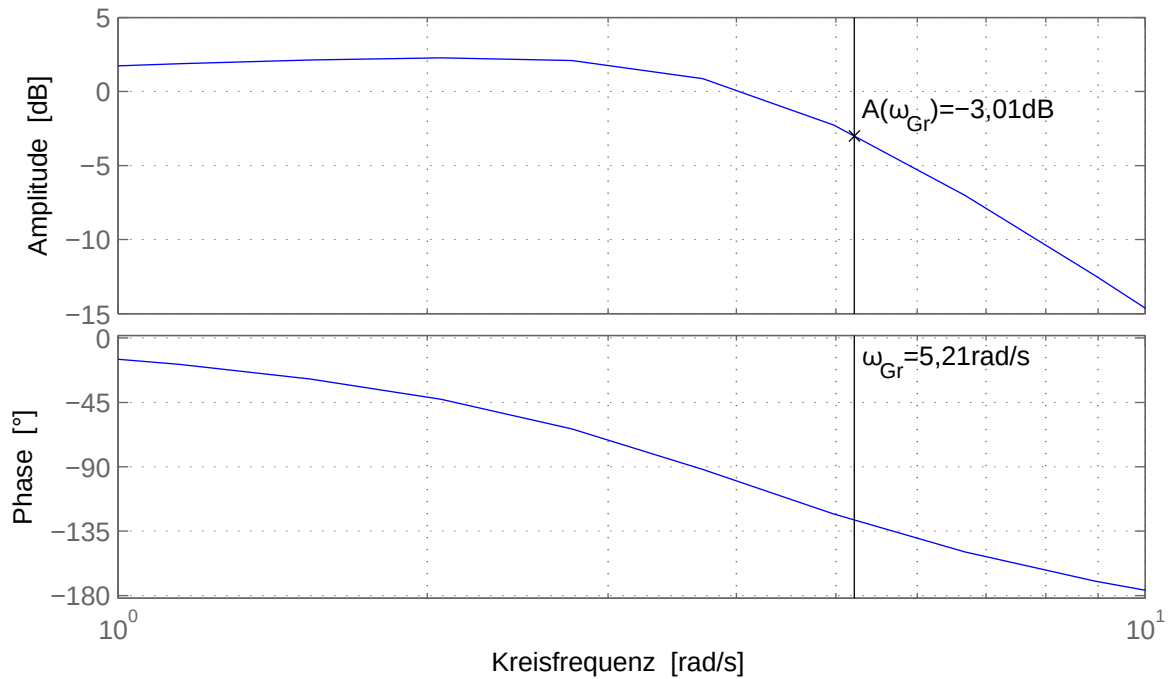


Abbildung 33: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PID_{1,H1}$ -Regler

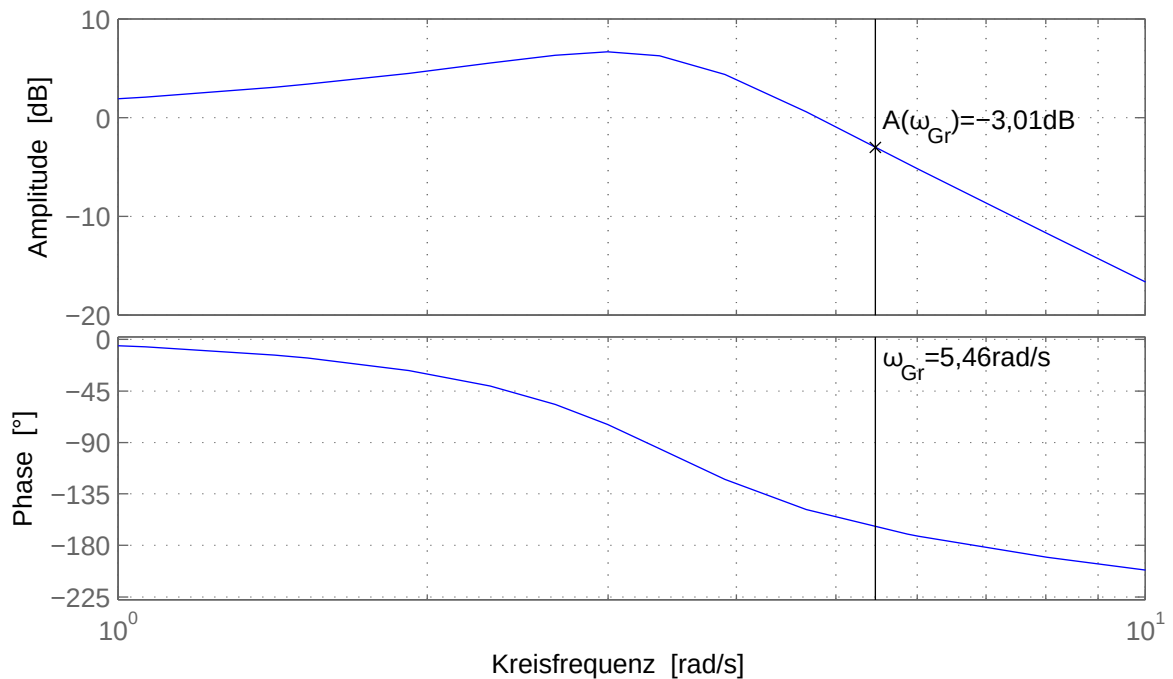


Abbildung 34: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PID_{1,H2}$ -Regler

Hier die vollständige Substitution der Frequenzvariable in der kontinuierlichen PIDT1-Reglerübertragungsfunktion (79) mithilfe der Tustin-Formel (105): Aus den genannten Formeln folgt die diskrete Reglerübertragungsfunktion:

$$K_{PIDT_{1,d}} = K_P \cdot \frac{\left(1 + \frac{2T_V}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}\right) \left(1 + \frac{2T_N}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}\right)}{\left(1 + \frac{2T_1}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}\right) \cdot \frac{2T_N}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}}. \quad (124)$$

Umgeformt zu einem Bruch mit Zähler und Nennerpolynom wird daraus:

$$\begin{aligned} & K_{PIDT_{1,d}} \\ &= K_P \cdot \frac{\left(1 + \frac{2(T_N+T_V)}{T} + \frac{4T_N T_V}{T^2}\right) z^2 + \left(2 - \frac{8T_N T_V}{T^2}\right) z + \left(1 - \frac{2(T_N+T_V)}{T} + \frac{4T_N T_V}{T^2}\right)}{\left(\frac{2T_N}{T} + \frac{4T_1 T_N}{T^2}\right) z^2 - \left(\frac{8T_1 T_N}{T^2}\right) z + \left(\frac{4T_1 T_N}{T^2} - \frac{2T_N}{T}\right)}. \end{aligned} \quad (125)$$

Um auf die für die Rechtsverschiebung notwendige Form, wie sie Formel (113) zu entnehmen ist, zu kommen, wird der Zusammenhang zwischen den z-Transformierten der Stellgröße $U(z)$ und des Regelfehlers $E(z)$ betrachtet:

$$U(z) = K_{PIDT_{1,d}}(z) \cdot E(z) = \frac{\text{Zähler}(K_{PIDT_{1,d}})}{\text{Nenner}(K_{PIDT_{1,d}})} \cdot E(z) \quad (126)$$

$$\Leftrightarrow \text{Nenner}(K_{PIDT_{1,d}}) \cdot U(z) = \text{Zähler}(K_{PIDT_{1,d}}) \cdot E(z)$$

und Formel (125) entsprechend dargestellt:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2T_N}{T} + \frac{4T_1 T_N}{T^2}\right) z^2 U(z) - \left(\frac{8T_1 T_N}{T^2}\right) z U(z) + \left(\frac{4T_1 T_N}{T^2} - \frac{2T_N}{T}\right) U(z) \\ &= K_P \left(1 + \frac{2(T_N+T_V)}{T} + \frac{4T_N T_V}{T^2}\right) z^2 E(z) + K_P \left(2 - \frac{8T_N T_V}{T^2}\right) z E(z) \\ &+ K_P \left(1 - \frac{2(T_N+T_V)}{T} + \frac{4T_N T_V}{T^2}\right) E(z) \end{aligned} \quad (127)$$

Jetzt wird durch $\left(\frac{2T_N}{T} + \frac{4T_1 T_N}{T^2}\right) z^2$ geteilt und die Darstellung der einzelnen Koeffizienten wird weitgehend vereinfacht:

$$\begin{aligned} & U(z) - \frac{4T_1}{T+2T_1} z^{-1} U(z) + \frac{2T_1-T}{2T_1+T} z^{-2} U(z) \\ &= K_P \cdot \frac{T^2+2T_N T+2T_V T+4T_N T_V}{2T_N T+4T_1 T_N} E(z) + K_P \cdot \frac{T^2-4T_N T_V}{T_N T+2T_1 T_N} z^{-1} E(z) \\ &+ K_P \cdot \frac{T^2-2T_N T-2T_V T+4T_N T_V}{2T_N T+4T_1 T_N} z^{-2} E(z) \end{aligned} \quad (128)$$

Die Darstellung in Formel (128) entspricht derjenigen aus Formel (113) von S. 43:

$$U(z) + a_1 z^{-1} U(z) + a_0 z^{-2} U(z) = b_2 E(z) + b_1 z^{-1} E(z) + b_0 z^{-2} E(z). \quad (113)$$

Die Koeffizienten können jetzt abgelesen werden und sind in Tabelle 8 aufgelistet.

D Zusatz Diskretisierung des xy-Reglers

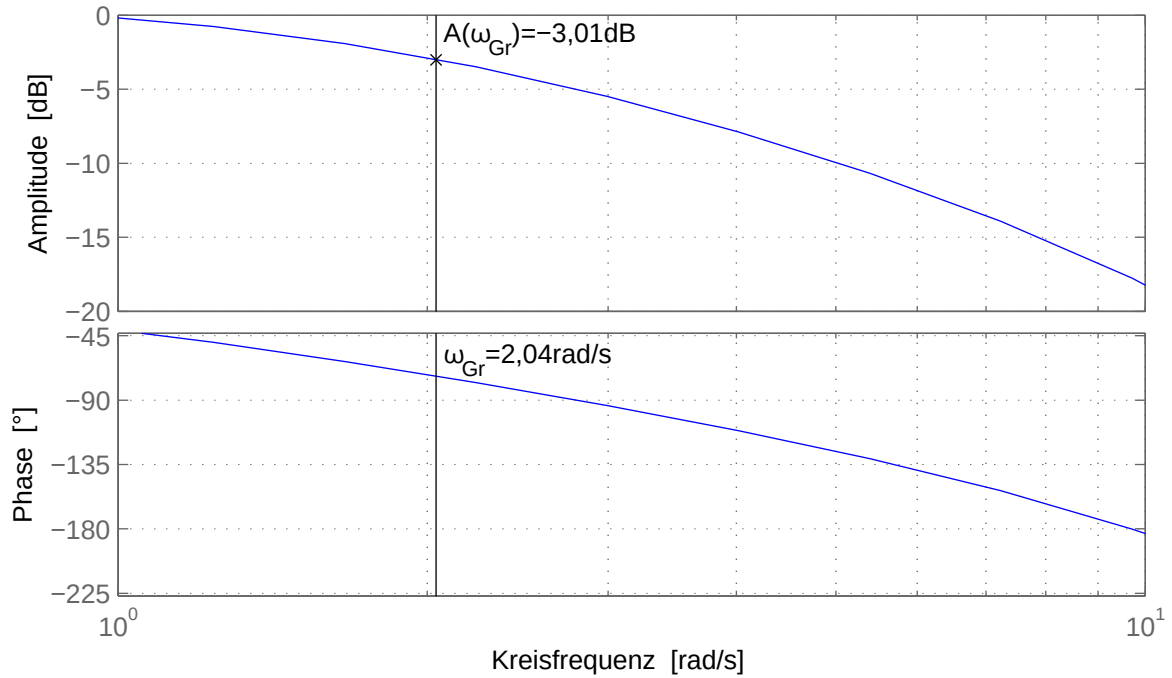


Abbildung 35: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PDT_{1,XY1}$ -Regler

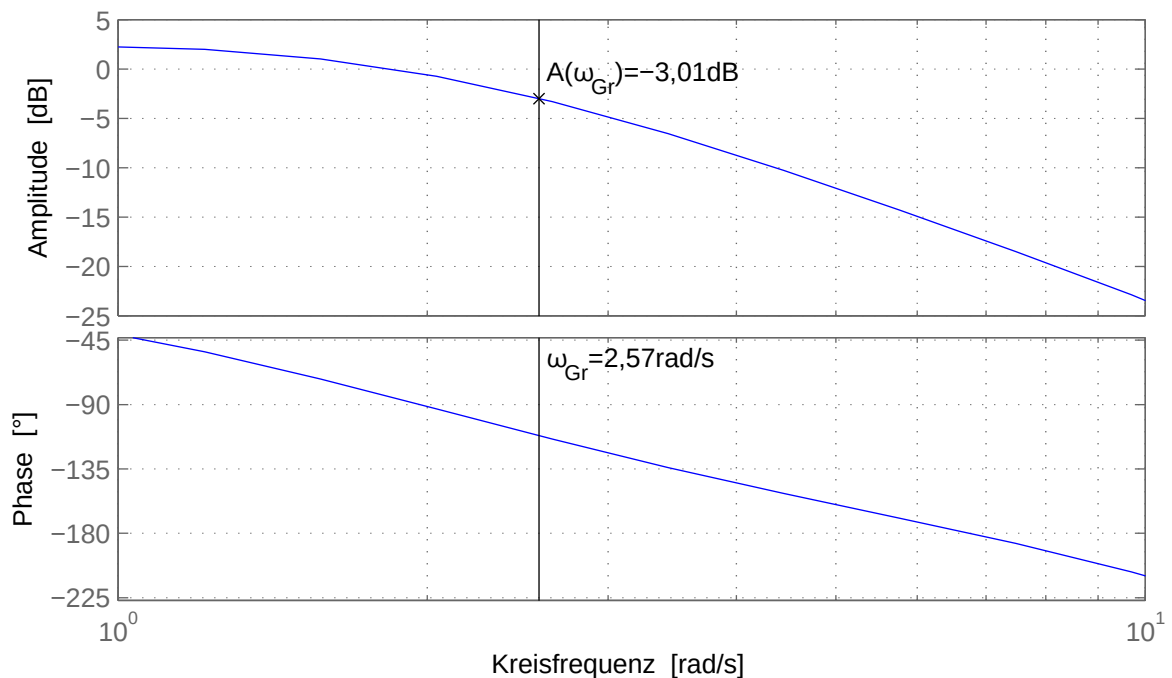


Abbildung 36: Bodediagramm der Führungsübertragungsfunktion mit $PDT_{1,XY2}$ -Regler